

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

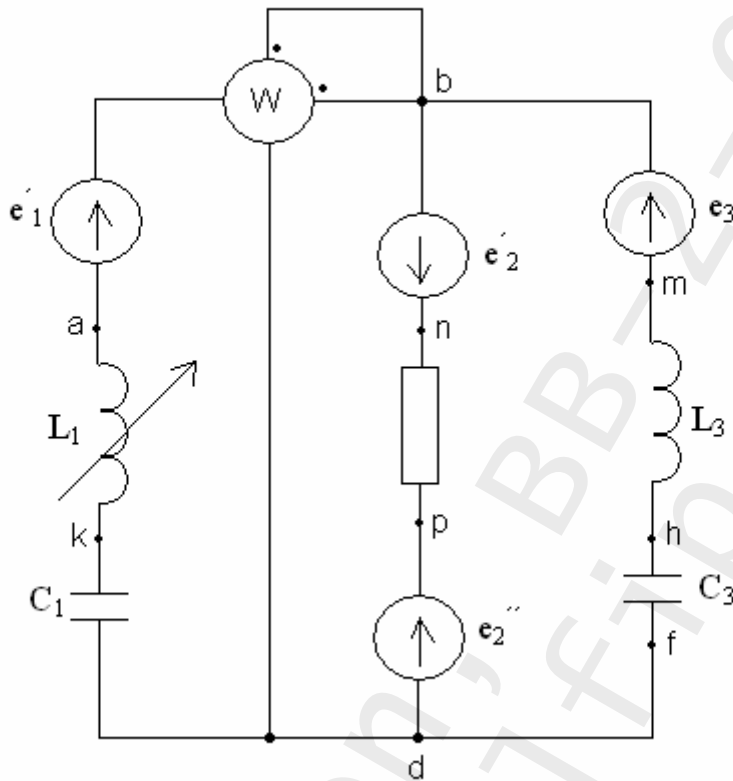
Типовой расчет №1
Задание 1.2. Линейные электрические
цепи синусоидального тока.

Вариант № 96

Выполнил студент
гр. ВВ-2-06
Ершов С. М.
Преподаватель:
Лысенко В.Г.

Москва 2007

Задача 1.2: Линейные электрические цепи синусоидального тока



Перечень данных:

$$L_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$L_2 = -$$

$$L_3 = 0 \text{ Гн}$$

$$C_1 = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = -$$

$$C_3 = 0.8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R_1 = -$$

$$R_2 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_3 = -$$

$$f = 2000 \text{ Гц}$$

$$e_{1'} = 169 \sin(\omega t + 180^\circ)$$

$$e_{1''} = -$$

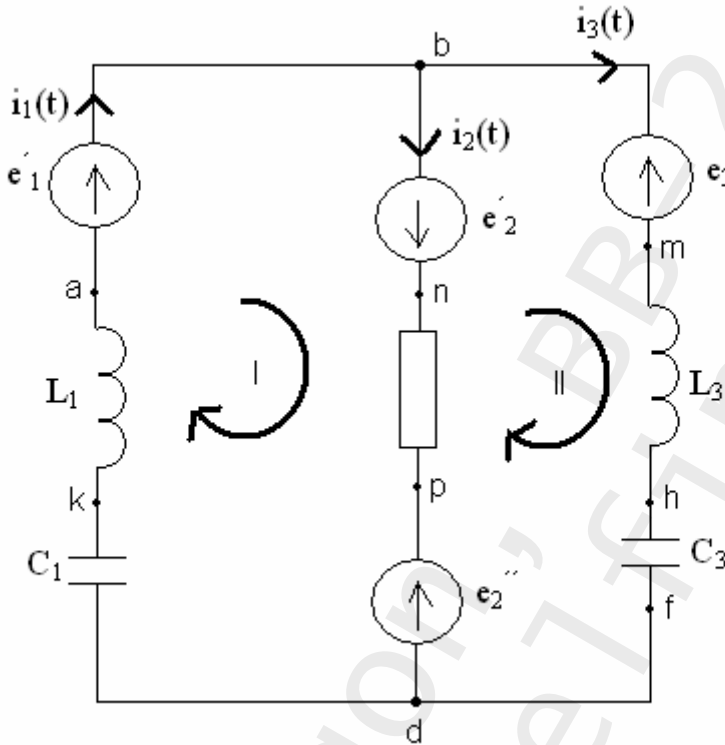
$$e_{2'} = 50 \sin(\omega t - 270^\circ)$$

$$e_{2''} = 219 \cos \omega t$$

$$e_{3'} = 169 \cos(\omega t + 270^\circ)$$

$$e_{3''} = -$$

1. На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записав ее в двух формах: дифференциальной и символической.



Составим законы Кирхгофа для мгновенных значений токов:

13К:

$$b: i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0;$$

23К:

$$I: i_2(t) \cdot R_2 + 1/C_1 \cdot \int (i_1(t)) \cdot dt + L_1 \cdot d/dt(i_1(t)) = e_1' + e_2' - e_2'';$$

$$II: L_3 \cdot d/dt(i_3(t)) + 1/C_3 \cdot \int (i_3(t)) \cdot dt - i_2(t) \cdot R_2 = -e_3' + e_2' - e_2''.$$

Составим законы Кирхгофа для комплексных амплитуд:

$$d/dt \leftrightarrow j\omega;$$

$$\int \leftrightarrow 1/j\omega.$$

Тогда

13К:

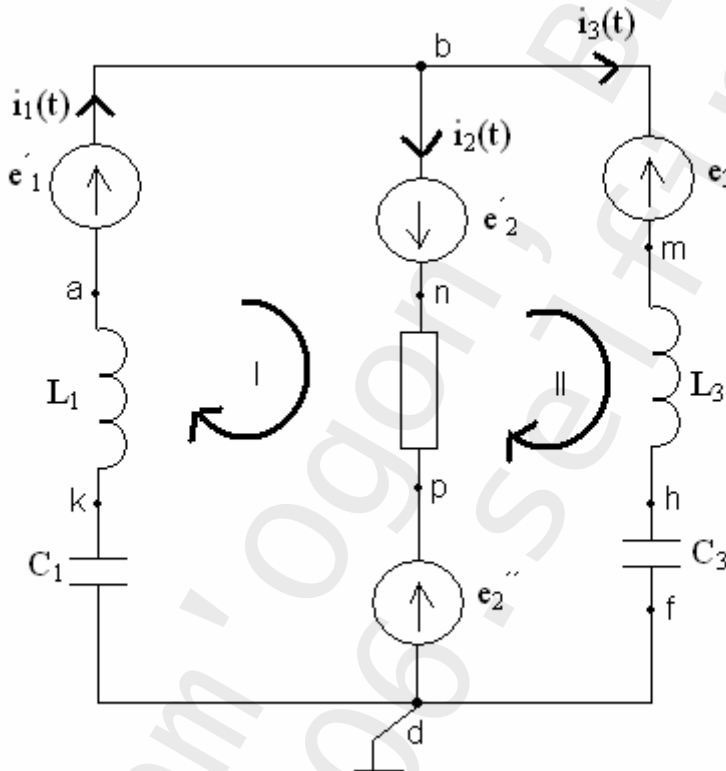
$$b: \dot{I}_{1m} - \dot{I}_{2m} - \dot{I}_{3m} = 0;$$

23К:

$$I: \dot{I}_{2m} \cdot R_2 + (1/(j\omega C_1)) \cdot \dot{I}_{1m} + j\omega L_1 \cdot \dot{I}_{1m} = \dot{E}'_{1m} + \dot{E}'_{2m} - \dot{E}''_{2m};$$

$$II: j\omega L_3 \cdot \dot{I}_{3m} + (1/(j\omega C_3)) \cdot \dot{I}_{3m} - \dot{I}_{2m} \cdot R_2 = -\dot{E}'_{3m} + \dot{E}''_{2m} - \dot{E}'_{2m}.$$

2. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчета линейных электрических цепей.



Для расчета воспользуемся МУПом.

$\varphi_d = 0$ – заземляем

Т.к. у нас только два узла, то МУП в нашем случае переходит в МДУ

$$\Phi_1 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3) = \dot{E}'_1 \cdot Y + \dot{E}''_2 \cdot Y - \dot{E}'_2 \cdot Y + \dot{E}'_3 \cdot Y$$

Посчитаем полное сопротивление всех ветвей:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 2000 = 12560$$

$$Z_1 = j\omega \cdot L_1 + 1/(j\omega C_1) = 150,72 \cdot j - 49,76 \cdot j = 100,96 \cdot j$$

$$Z_2 = R_2 = 100$$

$$Z_3 = j\omega \cdot L_3 + 1/(j\omega \cdot C_3) = 1/(j \cdot 12560 \cdot 0,8 \cdot 10^{-6}) = -99,52 \cdot j$$

Теперь посчитаем проводимости ветвей:

$$Y_1 = 1/Z_1 = 1/(100,96 \cdot j) = -0,0099 \cdot j$$

$$Y_2 = 1/Z_2 = 1/100 = 0,01$$

$$Y_3 = 1/Z_3 = 1/(-99,52 \cdot j) = 0,01 \cdot j$$

Теперь вычислим комплексные значения ЭДС:

$$\dot{E}'_{1m} = 169 \cdot e^{j180} = 169 \cdot (\cos 180 + j \cdot \sin 180) = -169$$

$$\dot{E}'_{2m} = 50 \cdot e^{j90} = 50 \cdot (\cos 90 + j \cdot \sin 90) = 50 \cdot j$$

$$e_2 = 219 \cos \omega t = 219 \cdot \sin(\omega t + 90)$$

$$\dot{E}'_{2m} = 219 \cdot e^{j90} = 219 \cdot (\cos 90 + j \cdot \sin 90) = 219 \cdot j$$

$$e_3 = 169 \cdot \cos(\omega t + 270) = 169 \cdot \cos(\omega t - 90) = 169 \cdot \sin(\omega t)$$

$$\dot{E}'_3 = 169 \cdot e^{j0} = 169 \cdot (\cos 0 + j \cdot \sin 0) = 169$$

Вычислим действующие значения ЭДС:

$$\dot{E}'_1 = -169/2^{1/2} = -119,5$$

$$\dot{E}'_2 = 50 \cdot j/2^{1/2} = 35,4 \cdot j$$

$$\dot{E}'_2 = 219 \cdot j/2^{1/2} = 154,9 \cdot j$$

$$\dot{E}'_3 = 169/2^{1/2} = 119,5$$

Вернемся к МУПу:

$$\varphi_1 = 2,573 \cdot j / (0,01 + 0,0001 \cdot j) = (3,573 \cdot j) \cdot (0,01 - 0,0001 \cdot j) / ((0,01 + 0,0001 \cdot j) \cdot (0,01 - 0,0001 \cdot j))$$

$$\varphi_1 = 3,6 + 357 \cdot j$$

$$\varphi_1 = 357,02 \cdot e^{j89,4}$$

Теперь ищем токи

$$\dot{I}_1 = (-\varphi_1 + \dot{E}'_1) \cdot Y_1$$

$$\dot{I}_2 = (\varphi_1 + \dot{E}'_2 - \dot{E}'_2) \cdot Y_2$$

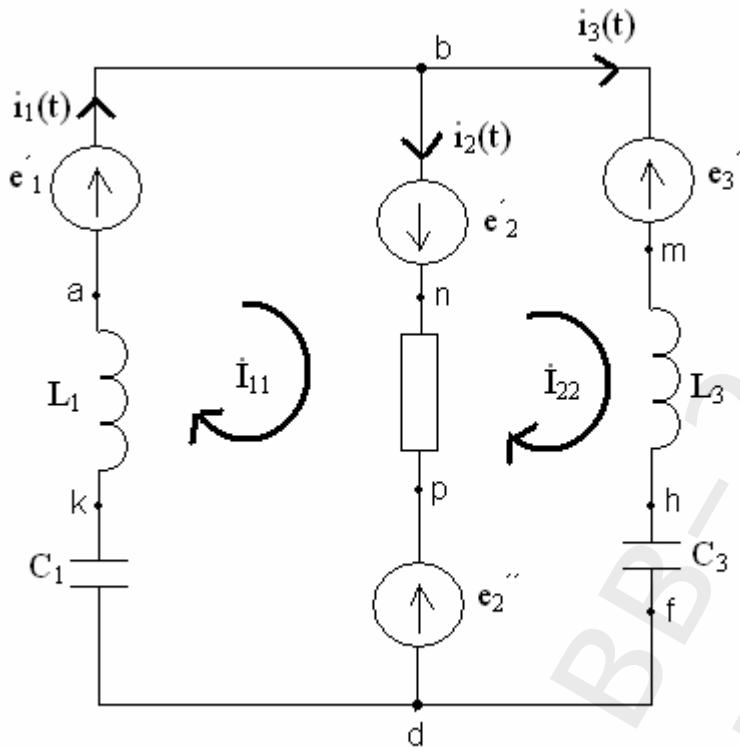
$$\dot{I}_3 = (\varphi_1 - \dot{E}'_3) \cdot Y_3$$

$$\dot{I}_1 = 3,7385 \cdot e^{j161,9}$$

$$\dot{I}_2 = 2,375 \cdot e^{j89,1}$$

$$\dot{I}_3 = 3,753 \cdot e^{j198}$$

Для проверки посчитаем токи еще и по МКТ



$$\begin{aligned} \dot{I}_{11} \cdot (j\omega \cdot L_1 + 1/(j\omega \cdot C_1) + R_2) - \dot{I}_{22} \cdot R_2 &= \dot{E}'_1 + \dot{E}'_2 - \dot{E}''_2 \\ -\dot{I}_{11} \cdot R_2 + \dot{I}_{22} \cdot (R_2 + j\omega \cdot L_3 + 1/(j\omega \cdot C_3)) &= -\dot{E}'_3 + \dot{E}''_2 - \dot{E}'_2 \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{11} = -3,548 + 1,231 \cdot j$$

$$\dot{I}_{22} = -3,596 - 1,157 \cdot j$$

Выразим токи:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22}$$

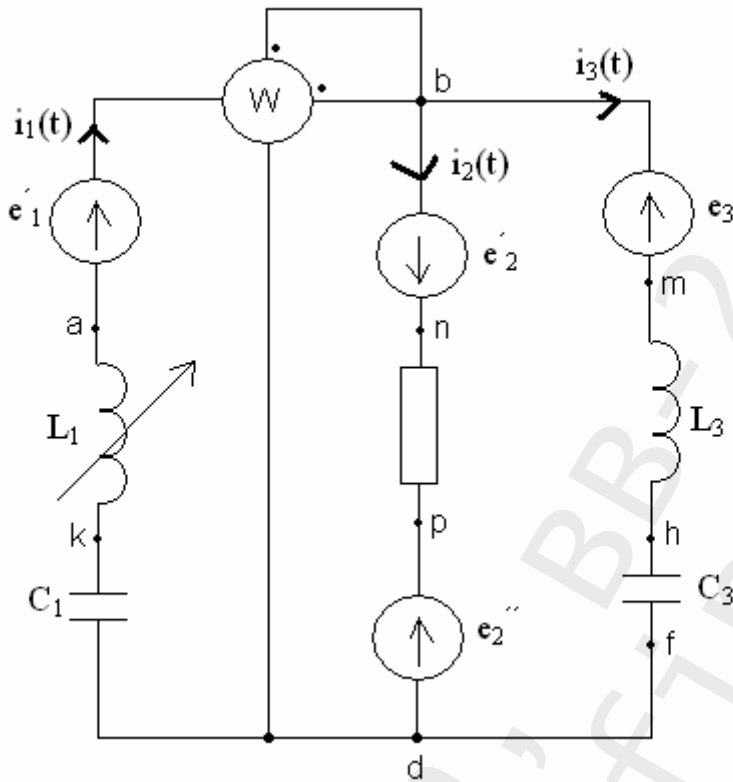
$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{22}$$

$$\dot{I}_1 = 3,755 \cdot e^{j \cdot 160,9}$$

$$\dot{I}_2 = 2,388 \cdot e^{j \cdot 88,8}$$

$$\dot{I}_3 = 3,778 \cdot e^{j \cdot 197,8}$$

3. По результатам, полученным в п.2, определить показание ваттметра



Ваттметр имеет напряжение \dot{U}_{bd} и ток $-\dot{I}_1$ (т.к. он вытекает из точки)

Тогда

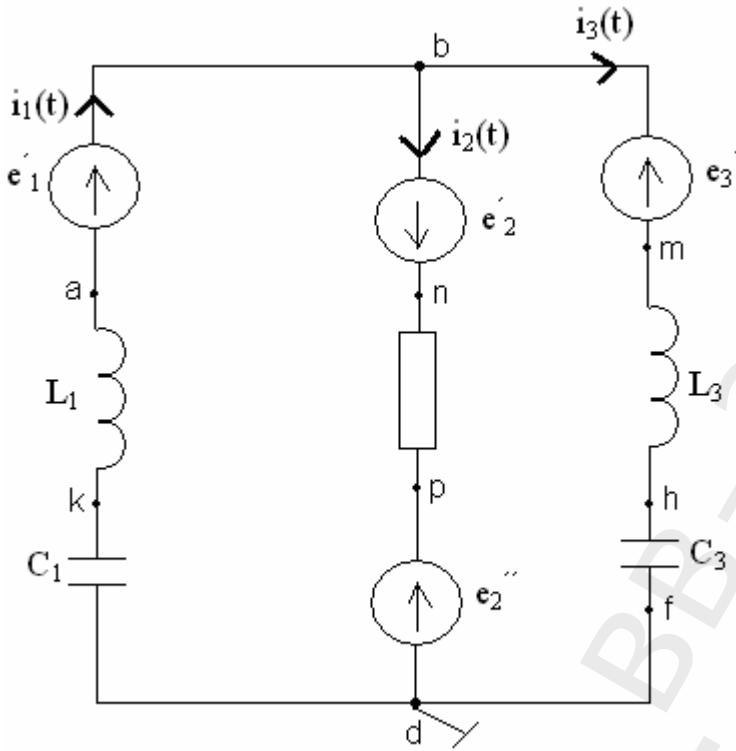
$$P = \operatorname{Re}\{\hat{S}\} = \operatorname{Re}\{P + j \cdot Q\}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{bd} \cdot (-\tilde{I}_1)\}, \text{ где } \tilde{I}_1 - \text{ комплексно сопряженное к } \dot{I}_1$$

$$P = -\operatorname{Re}\{\dot{U}_{bd} \cdot \tilde{I}_1\} = -\operatorname{Re}\{357,02 \cdot e^{j89,4} \cdot 3,7385 \cdot e^{-161,9j}\} = -1334,7 \cdot \cos(-72,5^\circ) =$$

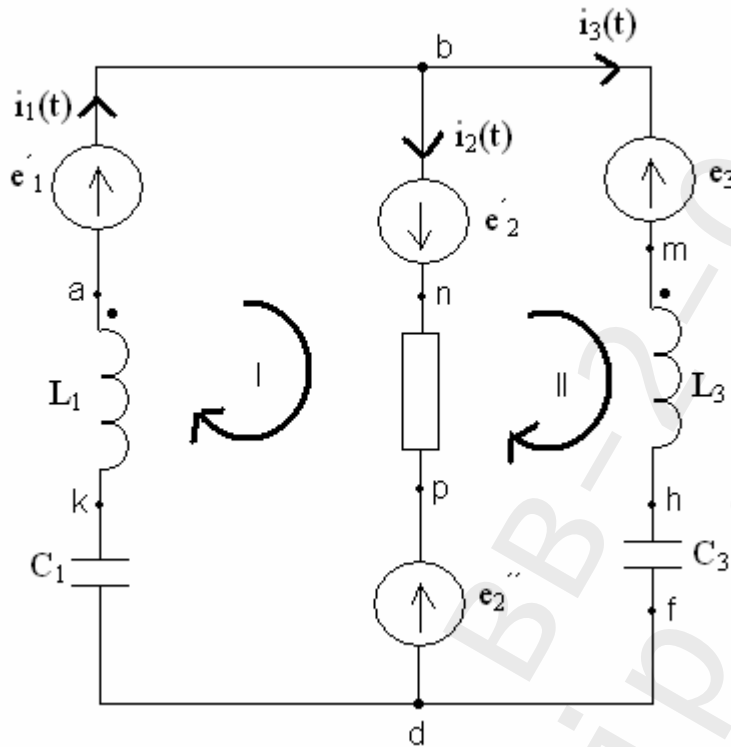
$$= -401,4 \text{ Вт}$$

4. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов, потенциал точки а, указанной на схеме, принять равным нулю



$$\begin{aligned} \varphi_d &= 0 ; \\ \varphi_k &= \varphi_d - \dot{I}_1 \cdot 1 / (j\omega \cdot C_1) ; \\ \varphi_a &= \varphi_k - \dot{I}_1 \cdot j\omega \cdot L_1 ; \\ \varphi_b &= \varphi_a + \dot{E}'_1 ; \\ \varphi_n &= \varphi_b + \dot{E}'_2 ; \\ \varphi_p &= \varphi_n - \dot{I}_2 \cdot R_2 ; \\ \varphi_d &= \varphi_p - \dot{E}''_2 = 0 ; \end{aligned}$$

8. Полагая, что между двумя любыми индуктивными катушками, расположенными в различных ветвях заданной схемы, имеется магнитная связь при взаимной индуктивности, равной M , составить в общем виде систему уравнений по законам Кирхгофа для расчета токов во всех ветвях системы, записав ее в двух формах: дифференциальной и символической.



У нас у катушек встречное направление, т.к. ток \dot{I}_1 – вытекает, а ток \dot{I}_3 – втекает.

Тогда:

Составим законы Кирхгофа для мгновенных значений токов:

13К:

$$b: i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0;$$

23К:

$$I: i_2(t) \cdot R_2 + 1/C_1 \cdot \int (i_1(t)) \cdot dt + L_1 \cdot d/dt(i_1(t)) - M \cdot d/dt(i_3(t)) = e_1' + e_2' - e_2'';$$

$$II: L_3 \cdot d/dt(i_3(t)) - M \cdot d/dt(i_1(t)) + 1/C_3 \cdot \int (i_3(t)) \cdot dt - i_2(t) \cdot R_2 = -e_3' + e_2' - e_2''.$$

Составим законы Кирхгофа для комплексных амплитуд:

$$d/dt \leftrightarrow j\omega;$$

$$\int \leftrightarrow 1/j\omega.$$

Тогда

13К:

$$b: \dot{I}_{1m} - \dot{I}_{2m} - \dot{I}_{3m} = 0;$$

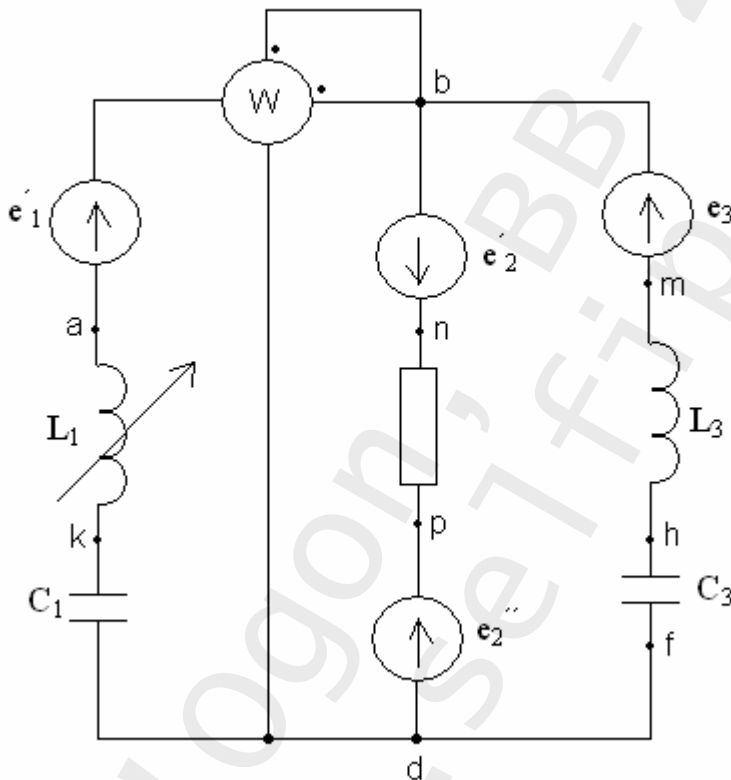
23К:

$$I: \dot{I}_{2m} \cdot R_2 + (1/(j\omega C_1)) \cdot \dot{I}_{1m} + j\omega L_1 \cdot \dot{I}_{1m} - j\omega M \cdot \dot{I}_3 = \dot{E}'_{1m} + \dot{E}'_{2m} - \dot{E}''_{2m};$$

$$II: j\omega L_3 \cdot \dot{I}_{3m} - j\omega M \cdot \dot{I}_1 + (1/(j\omega C_3)) \cdot \dot{I}_{3m} - \dot{I}_{2m} \cdot R_2 = -\dot{E}'_{3m} + \dot{E}''_{2m} - \dot{E}'_{2m}.$$

Факультативные задания

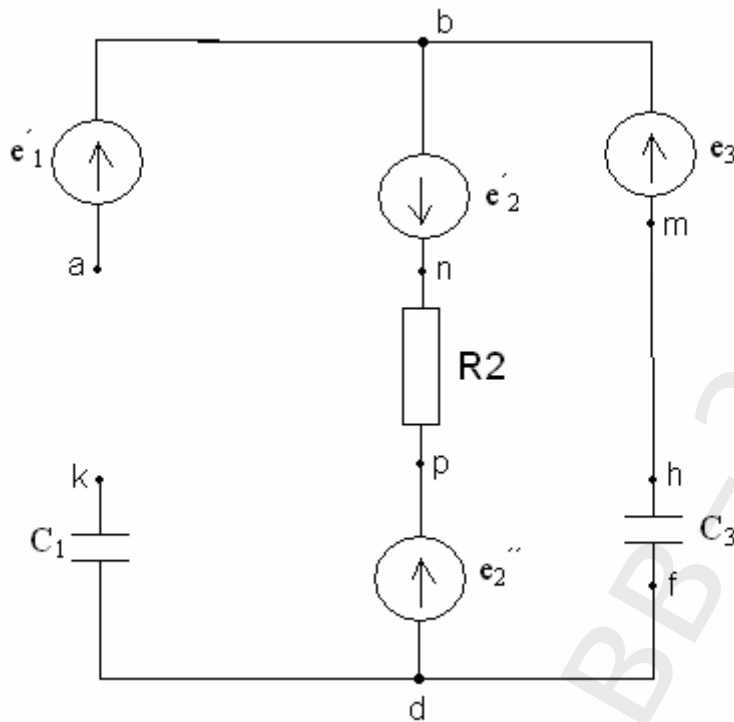
5. Построить круговую диаграмму для тока в одном из сопротивлений цепи при изменении модуля этого сопротивления в пределах от 0 до ∞ . Сопротивление, подлежащее изменению, отмечено на схеме стрелкой.



Для того, чтобы построить круговую диаграмму, нужно знать два параметра: ток короткого замыкания и разность фаз нагрузки и входного сопротивления

$$\psi = \varphi_H - \varphi_{ВХ}$$

Для подсчета тока короткого замыкания, воспользуемся методом эквивалентного генератора (МЭГ):



Рассчитаем входное сопротивление цепи :

$$Z_{RC3} = (R_2 \cdot X_{C3}) / (R_2 + X_{C3}) = -(100 \cdot 99,52j) / (100 - 99,52j) = 49,76 - 49,1j - \text{т.к. параллельное соединение.}$$

Тогда

$$Z_{\text{вх}} = Z_{RC3} + X_{C1} = 49,76 - 98,86j$$

$$Z_{\text{вх}} = 110,68 \cdot e^{j(-68,3)}$$

Посчитаем $Z_{\text{н}}$:

$$Z_{\text{н}} = j\omega L_1 = 150,72j = 150,72 \cdot e^{j90}$$

Тогда:

$$\psi = \varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{вх}} = 90 - (-63,3) = 153,3$$

Найдем $\dot{U}_{\text{акх}}$. Так как между точками а и к разрыв цепи, то мы получаем справа один единственный контур, по которому течет один единственный ток. Назовем этот ток $I_{\text{конт}}$, и пусть он будет сонаправлен с током I_3 . Найдем $I_{\text{конт}}$ по закону Ома:

$$I_{\text{конт}} = (\dot{E}'_3 + \dot{E}'_2 - \dot{E}''_2) / (R_2 + 1/(j \cdot \omega \cdot C_3))$$

$$I_{\text{конт}} = 1,198 - 0,0029 \cdot j$$

Теперь посчитаем $\dot{U}_{акхх}$. Предположим, что точка а – заземлена, тогда обойдем контур от точки а к точке к сонаправлено с током I_1 :

$$\dot{U}_{акхх} = \dot{E}'_1 + \dot{E}'_2 - I_{конт} \cdot R_2 - \dot{E}''_2$$

$$\dot{U}_{акхх} = -239,3 - 119,2 \cdot j$$

Теперь рассчитаем $I_{кз}$:

$$I_{кз} = \dot{U}_{акхх} / Z_{вх} = (-239,3 - 119,2 \cdot j) / (49,76 - 98,86j) = -0,01 - 2,42j$$

$$I_{кз} = 2,42 \cdot e^{j \cdot 270}$$

Теперь строим непосредственно круговую диаграмму.