ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

**КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Типовой расчет №2
Задание 2.1. Переходные процессы в линейных
электрических цепях.



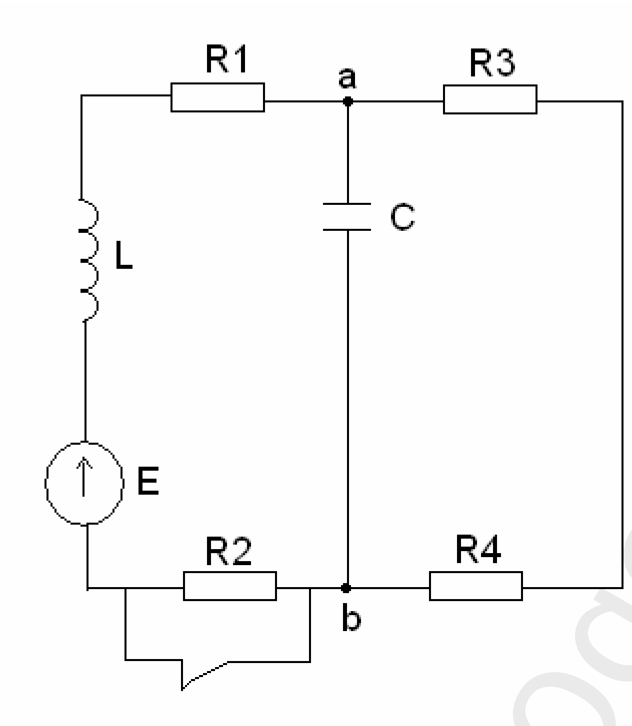
Вариант № 96

Выполнил студент
гр. ВВ-2-06
Ершов С. М.
Преподаватель:
Лысенко В.Г.

Москва 2007

Скачано с сайта группы ВВ-2-06
http://vv206.selfip.org/

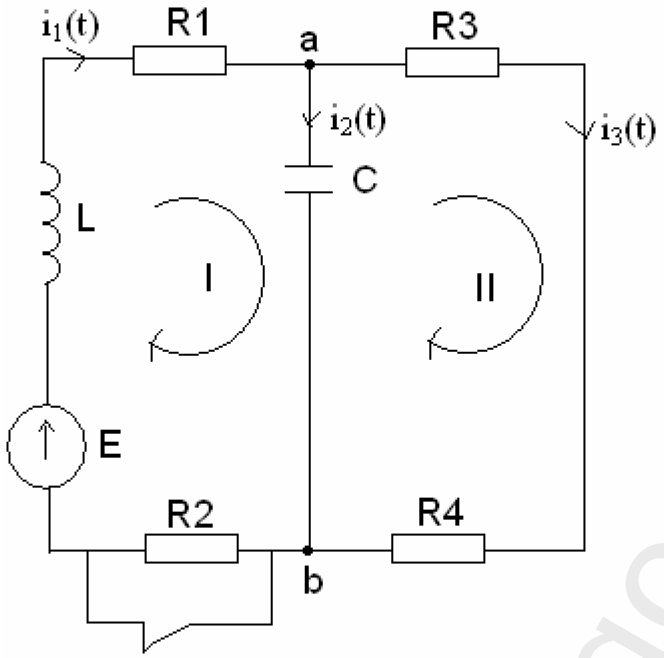
Задание 2.1: Переходные процессы в линейных электрических цепях.




$E = 50$ В
$L = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн
$C = 1670 \cdot 10^{-6}$ Ф
$R_1 = 1$ Ом
$R_2 = 2$ Ом
$R_3 = 1$ Ом
$R_4 = 5$ Ом

Найти $i_2(t)$

Классический метод.




Составим для данной схемы систему уравнений на основании законов Кирхгофа:

$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) = 0$

$i_1(t)\cdot R_1 + 1/C\cdot\int i_2(t)dt + i_1(t)\cdot R_2 + L\cdot(d\, i_1(t)/dt) = E$

$i_3(t)\cdot R_3 + i_3(t)\cdot R_4 - 1/C\cdot\int i_2(t)dt = 0$

Составляем однородную систему уравнений, заменяя все токи их свободными компонентами:

$i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0$

$i_{1св}\cdot R_1 + 1/C\cdot\int i_{2св}dt + i_{1св}\cdot R_2 + L\cdot(d\, i_{1св}/dt) = 0$

$i_{3св}\cdot R_3 + i_{3св}\cdot R_4 - 1/C\cdot\int i_{2св}dt = 0$

Так как мы ищем решение виде $i_k = A_k\cdot e^{p\cdot t}$ то тогда

$d\, i_{1св}/dt = A_k\cdot e^{P\cdot t}\cdot P = P\cdot i_{kсв}$

$\int i_{2св}dt = 1/P\cdot A_k\cdot e^{P\cdot t} = i_{kсв}/P$

Тогда

$i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0$

$i_{1св} \cdot R_1 + 1/C \cdot i_{2св}/P + i_{1св} \cdot R_2 + L \cdot P \cdot i_{1св} = 0$

$i_{3св} \cdot R_3 + i_{3св} \cdot R_4 - 1/C \cdot i_{2св}/P = 0$

или

$i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0$

$i_{1св} \cdot (R_1 + R_2 + L \cdot P) + 1/C \cdot P \cdot i_{2св} = 0$

$i_{3св} \cdot (R_3 + R_4) - 1/C \cdot P \cdot i_{2св} = 0$

Составляем определитель матрицы системы и вычисляем его:

$$\begin{array}{ccc} 1 & -1 & -1 \\ (R_1 + R_2 + L \cdot P) & 1/C \cdot P & 0 \\ 0 & -1/C \cdot P & (R_3 + R_4) \end{array} = 0$$

Т.е.

$\Delta P = P^2 \cdot L \cdot C \cdot (R_3 + R_4) + P \cdot (R_1 \cdot R_3 \cdot C + R_1 \cdot R_4 \cdot C + R_2 \cdot R_3 \cdot C + R_2 \cdot R_4 \cdot C + L) + R_1 +$
$+ R_2 + R_3 + R_4 = 0$

Это наше характеристическое уравнение. Подставляем коэфиценты и ищем его корни:

$0,00002 \cdot P^2 + 0,032 \cdot P + 9 = 0$

Получаем: $P_1 = -367$; $P_2 = -1233$

Теперь рассчитаем все параметры до коммутации, после нее и в момент коммутации:
Для этого нарисуем табличку параметров:

| | $i_1(t)$ | $i_2(t)$ | $i_3(t)$ | $U_L$ | $U_C$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t = 0_-$ | 7,1 | 0 | 7,1 | 0 | 42,6 |
| $t = 0_+$ | 7,1 | 0 | 7,1 | -13,9 | 42,6 |
| $t = \infty$ | 5,6 | 0 | 5,6 | 0 | 33,6 |

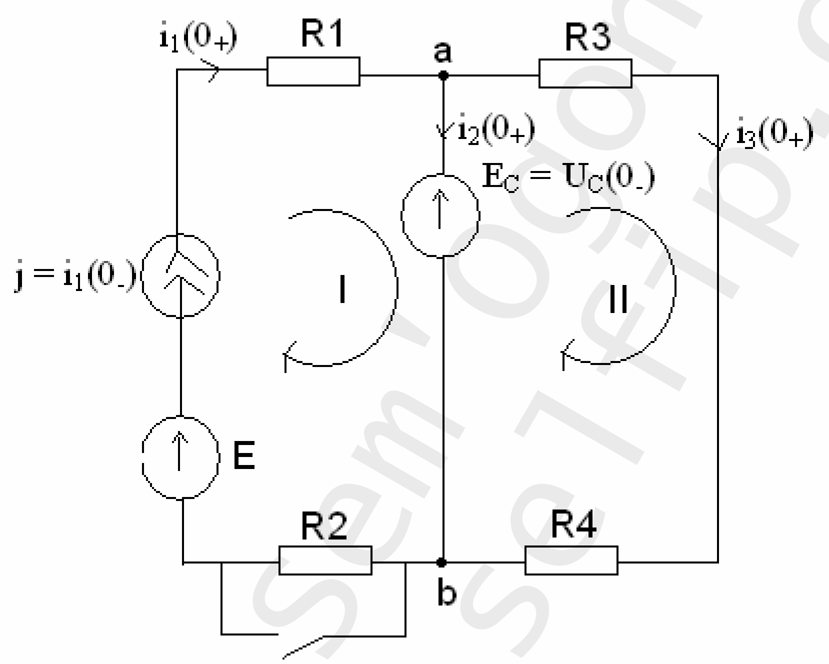
$i_1(0_-) = i_3(0_-) = E/(R_1 + R_3 + R_4) = 7,1$

$i_1(\infty) = i_3(\infty) = E/( R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = 5,6$

$U_C(0_-) = i_3(0_-)\cdot(R_3 + R_4) = 42,6$

$U_C(\infty) = i_3(\infty)\cdot(R_3 + R_4) = 33,6$

Проведем расчет оставшихся неизвестных величин для $t = 0_+$
Для этого заменим нашу схему на эквивалентную




Рассчитаем получившуюся схемку по правилам Кирхгофа:

$i_1(0_+) – i_2(0_+) – i_3(0_+) = 0$

$i_1(0_+)\cdot R_1 + i_1(0_+)\cdot R_2 + U_L(0_+) = E - E_C$

$i_3(0_+)\cdot R_3 + i_3(0_+)\cdot R_4 = E_C$

Тогда

$i_3(0_+) = E_C/(R_3 + R_4) = 7,1$

$i_2(0_+) = i_1(0_+) – i_3(0_+) = 0$

$U_L(0_+) = E – E_C - i_1(0_+)\cdot(R_1 + R_2) = -13,9$

Теперь возвращаемся к нашей задаче – нахождению второго тока:

$i_2(t) = i_{2пр} - i_{2св}$

$i_{2пр} = i_2(\infty)$, а $i_{2св} = A_1 \cdot e^{P1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{P2 \cdot t}$

Т.е.

$i_2(t) = A_1 \cdot e^{P1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{P2 \cdot t}$

С помощью начальных условий найдем неизвестные коэфиценты $A_1$ и $A_2$:

$i_2(0_+) = A_1 + A_2 = 0 \rightarrow A_1 = -A_2$

$U_L(0_+) = 1/L \cdot d(i_2(t))/dt = 1/C \cdot d(\ A_1 \cdot e^{P1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{P2 \cdot t})/dt$

Тогда получаем систему:

$A_1 = -A_2$

$U_L(0_+) = A_1 \cdot P_1 \cdot L + A_2 \cdot P_2 \cdot L$

Решаем эту систему и находим $A_1$ и $A_2$:

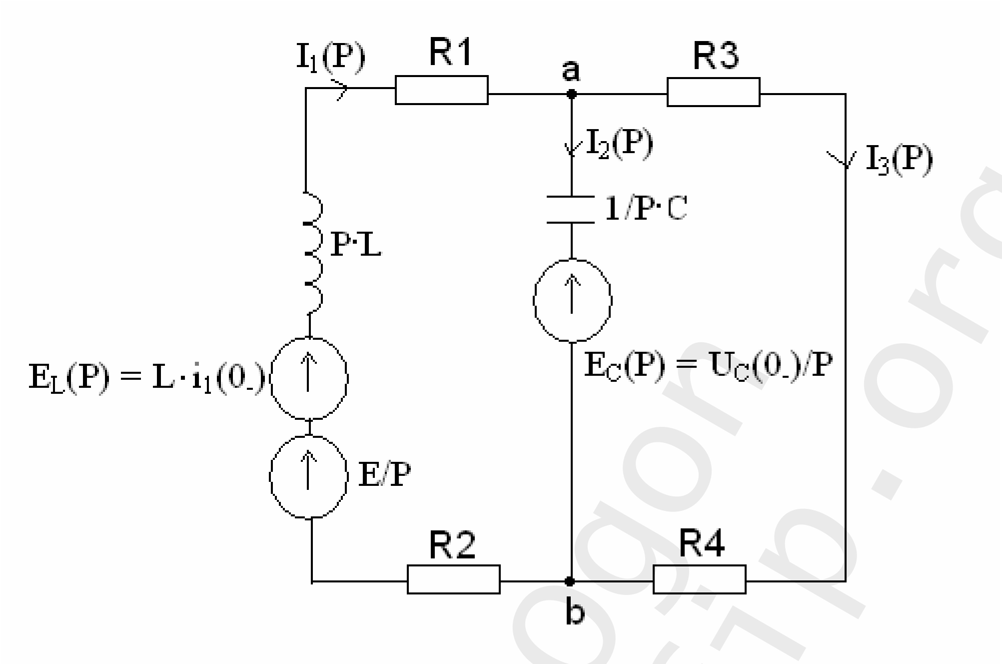
$A_2 = 8{,}03 \qquad A_1 = -8{,}03$

Подставляем коэфиценты в наше уравнение и получаем:

$i_2(t) = -8{,}03 \cdot e^{-367 \cdot t} + 8{,}03 \cdot e^{-1233 \cdot t}$

Операторный метод.

Составляем операторную схему замещения:




Рассчитаем полученную схему методом узловых потенциалов (МУП):

$\varphi_b(P) = 0$ – заземляем

Тогда

$\varphi_a(P)\cdot\sum Y_k(P) = \sum E_k(P)\cdot Y_k(P)$

Посчитаем проводимости ветвей:

$Y_1 = 1/(R_1 + R_2 + P\cdot L)$

$Y_2 = P\cdot C$

$Y_3 = 1/(R_3 + R_4)$

Тогда

$\varphi_a(P)\cdot[1/(R_1 + R_2 + P\cdot L) + P\cdot C + 1/(R_3 + R_4)] = E/[P\cdot(R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_L(P)\cdot[1/(R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_C(P)\cdot P\cdot C$

Подставляем известные нам значения, приводим дробь к общему знаменателю, получаем:

$\varphi_a(P) = [E/[P\cdot( R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_L(P)\cdot[1/(R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_C(P)\cdot P\cdot C] : [1/(R_1 + R_2 + P\cdot L) + P\cdot C + 1/(R_3 + R_4)]$

Теперь находим изображение тока

$I_2(P) = [\varphi_a(P) - E_C(P)]\cdot P\cdot C$

Подставляем полученный потенциал, приводим дробь к общему знаменателю:

$I_2(P) = ([E/[P\cdot( R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_L(P)\cdot[1/(R_1 + R_2 + P\cdot L)] + E_C(P)\cdot P\cdot C] - E_C(P)\cdot [1/(R_1 + R_2 + P\cdot L) + P\cdot C + 1/(R_3 + R_4)])\cdot P\cdot C : [1/(R_1 + R_2 + P\cdot L) + P\cdot C + 1/(R_3 + R_4)]$

Таким образом, получаем отношение двух многочленов:

$I_2(P) = N_1(P)/M_1(P)$

Подставляем известные нам значения

$M_1(P) = P\cdot(501\cdot P^2 + 801500\cdot P + 225000000)$

$M_1(P) = 0$ – наше характеристическое уравнение. Найдем его корни:

$P\cdot(501\cdot P^2 + 801500\cdot P + 225000000) = 0$

$P_1 = 0$ $\quad$ $P_2 = -367$ $\quad$ $P_3 = -1233$

Тогда по формуле разложения:

$I_2(t) = \sum_{k=1..3} = N(P_k)/M'(P_k) \cdot e^{Pk\cdot t}$

Найдем $M_1'(P)$:

$M_1'(P) = (501\cdot P^2 + 801500\cdot P + 225000000) + P\cdot(1002\cdot P + 801500)$

$N_1(P) = P\cdot(35,64\cdot P^2 + 35677,71\cdot P - 18136950 - 7500000000/P)$

Подставляем в формулу для $I_2(t)$ полученные многочлены и находим собственно $I_2(t)$:

<u>P = 0:</u> $\quad A_1 = 0$

<u>P = -367:</u> $\quad A_2 = -8,03$

<u>P = -1233:</u> $A_3 = 8{,}03$

Тогда

$i_2(t) = -8{,}03 \cdot e^{-367 \cdot t} + 8{,}03 \cdot e^{-1233 \cdot t}$

Построим график зависимости $i_2(t)$

$I(t) := -8.03 \cdot e^{-367 \cdot t} + 8.03 \cdot e^{-1233 \cdot t}$