МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

МОСКВА 2002

Антонина Ивановна Бугрова Валентин Александрович Горбаренко Елена Дмитриевна Мишина Юрий Иванович Туснов

ФЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Учебное пособие

Редактор В.А.Горбаренко Литературный редактор Л.В.Омельянович

Подписано в печать 16.04.2002. Формат 60х84 1/16 Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,88. Усл. кр.-отт. 19,52. Уч.-изд.л. 5,25. Тираж 1000 экз. С 339

Московский государственный институт радиотехники Электроники и автоматики (технический университет) 117454 москва, просп. Вернадского, 78 ББК 22.34+22.38 Ф 48 УДК 539.I+535

Рецензенты: д.ф.м.н., проф. В.Г.Бочаров к.ф.м.н., доцент С.А.Хартов

Ф 48 Бугрова А.И., Горбаренко В.А., Мишина Е.Д., Туснов Ю.И. Физическая оптика. Учеб.пособие /Моск.гос.ин-т радиотехники, электроники и автоматики (технический университет).-М.,2002. – 84 с.

В пособии излагаются основы волновой и корпускулярной оптики, рассматривается связь волновой оптики с фундаментальными проблемами физики. В соответствии с программой курса общей физики излагается теория интерференции, дифракции и поляризации света.

Учебное пособие предназначено для студентов всех специальностей дневной, вечерней и заочной формы обучения.

Табл. нет. Ил. 64. Библиогр.: назв. нет

Печатается по решению редакционно-издательского совета Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики (технический университет).

ISBN 5-7339-0035-5

1. ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ПРИРОДЕ СВЕТА

1.1. Теория световых корпускул XVII-XIX вв. Элементарные законы геометрической оптики

В физике XVII-XIX столетий господствовала теория световых корпускул. Основываясь на опытном факте прямолинейного распространения света, Ньютон предположил, что свет испускается источником в виде мельчайших световых частиц - корпускул, летящих прямолинейно. Попадая на сетчатку глаза, они вызывают ощущение света.

В основу построения изображения были положены четыре основных опытных закона:

1.Закон прямолинейного распространения света: свет в прозрачной однородной среде распространяется по прямым линиям. Одним из доказательств этого закона служат резкие тени, отбрасываемые непрозрачными предметами при освещении их точечными источниками света.

2. Закон независимости световых пучков: распространение всякого светового пучка в среде совершенно не зависит от того, есть ли в ней другие пучки света или нет. Это означает, что при

пересечении пучков действие одного пучка не возмущает действия другого.

3. Закон отражения. Условимся понимать под лучом конечный, но достаточно узкий световой пучок. Теперь сформулируем закон отражения. Луч падающий и луч отраженный лежат в одной плоскости с нормалью, восстановленной к границе раздела в точке падения (эта



Рис. 1.1

плоскость называется плоскостью падения), причем угол падения равен углу отражения (рис.1.1).

4. Закон преломления. Был установлен экспериментально Снеллиусом. Согласно этому закону преломленный луч лежит в плоскости падения, причем отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не зависит от угла падения и является для данных двух сред величиной постоянной, т.е.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$
(1.1)

Величина n_{21} называется относительным показателем преломления второй среды по отношению к первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют абсолютным показателем преломления и обозначают обычно через n (n_1 и n_2 абсолютные показатели преломления первой и второй сред). Вещество с большим абсолютным показателем преломления называют оптически более плотным.

Закон преломления можно переписать в виде

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma. \tag{1.2}$$

Из (1.2) видно, что при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную ($n_1 > n_2$), преломленный луч будет удаляться от нормали к поверхности и, наконец, при угле падения

$$\alpha_0 = \arcsin n_{21} \tag{1.3}$$

преломленный луч не возникает вообще, так как $\gamma = \pi/2$, а *sin \gamma = 1*.

Таким образом, для углов падения $\alpha \ge \alpha_0$ свет не проходит во вторую среду и полностью отражается. Это явление называется полным отражением, а угол α_0 - предельным углом полного отражения.

Теория световых корпускул была отвергнута в первой половине XIX столетия после открытия явления интерференции и создания волновой теории света.

1.2. Волновая теория света в XVIII-XIX вв

Сущность волновой теории, впервые высказанной, хотя и в незаконченной форме, Гюйгенсом в XVII веке, состоит в предположении, что свет представляет собой особого рода колебания. Процесс распространения света состоит в том, что колебания эти, возникнув в какой-либо точке пространства, в свою очередь возбуждают колебания в смежных с нею точках и т.д.



Рис. 1.2

Ж.Френель поставил следующий ОПЫТ. Узкая щель (см. рис. 1.2.) освещалась солнечным светом. Световой поток, прошедший через нее, отражался от двух плоских зеркал, поставленных почти параллельно друг другу. Отраженный от них свет падал на экран Э, поверхность которого оказалась неравномерно освещенной. На ней был виден ряд темных и светлых полос. Освещеэкрана ние становилось равномерным, если одно из зеркал было закрыто.

Это явление необъяснимо с точки зрения корпускулярной теории света. Если каждое из зеркал в отдельности отбрасывает к экрану известное число световых частиц, то совместное действие обоих зеркал может привести лишь к увеличению числа падающих на экран частиц, т.е. к увеличению яркости освещения экрана. Наблюдаемое на экране изменение яркости (интерференция света) могло быть объяснено тем, что мы имеем дело с волновыми процессами, поскольку только наложение двух волн может привести к усилению или ослаблению яркости освещения экрана.

С волновой точки зрения можно было объяснить и явление огибания светом различных препятствий. Гримальди назвал это явление дифракцией. Его может наблюдать любой человек, посмотрев на яркую светящуюся лампу, находящуюся на расстоянии 20-40м от него, через два пальца, плотно прижатых друг к другу так, чтобы между ними оставалась узкая щель. Вместо одной светящейся щели можно увидеть поперечную щели полосу,



Рис.1.3

состоящую из яркой центральной и чередующихся боковых темных и светлых полос.

Успехом волновой теории явилось и объяснение свойства света, названного Ньютоном поляризацией. Это свойство проявляется, например, в том, что, проходя через некоторые кристаллы, свето-

вой луч, преломляясь, разделяется на два луча, распространяющихся в кристалле по различным направлениям и, следовательно, выходящих из него в различных точках пространства (рис.1.3).

Это явление может быть объяснено, если считать, что на кристалл падает поперечная световая волна, т.е. направление колебаний светового вектора лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, но в пределах этой плоскости может иметь любое направление. Тогда кристалл разлагает падающий на него естественный свет на два пучка, в каждом из которых колебания светового вектора происходят только в одном определенном направлении.

Но, если свет представляет собой волновой процесс (поперечную волну), то эти волны, казалось бы, должны распространяться в некой среде, как, например, волны упругости распространяются в твердом теле. Для объяснения наблюдаемых фактов было введено понятие особой материальной среды - светового (мирового) эфира, упругие колебания которого воспринимаются как световые. Однако такой эфир должен рассматриваться, как твердое тело, так как поперечные волны могут распространяться лишь в твердых телах. Продольные волны представляют собой волны растяжения и сжатия (или сгущения и разрежения). Чтобы они были возможны в данной среде, необходимо, чтобы среда была абсолютно несжимаемая, либо беспредельно сжимаемая. Однако эфир с такими свойствами невозможно представить реально существующим. Создалась тупиковая ситуация.

1.3. Электромагнитная теория света

Во второй половине XIX века Максвелл, анализируя опыты Фарадея и Ампера в области электромагнетизма, приходит к выводу, что их физические представления можно записать в форме математических уравнений:

$$rot \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}; \quad rot \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt};$$

$$div \vec{B} = 0; \quad div \vec{D} = \rho;$$

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H},$$
(1.4)

где \vec{E} и \vec{H} - векторы напряженности электрического и магнитного полей, \vec{D} и \vec{H} - векторы электрической и магнитной индукции, \vec{j} - вектор тока проводимости, ε и μ - относительные электрическая и магнитная проницаемости, ε_0 и μ_0 - электрическая и магнитная постоянные.

Эти уравнения составляют основу системы взглядов, которая получила название "максвелловской теории электромагнитного поля".

Рассмотрим первые два уравнения системы (1.4). Из уравнений видно, что любой ток создает магнитное поле в окружающих точках пространства. Постоянный ток создает постоянное магнитное поле. Вокруг переменного тока создается переменное магнитное поле, способное создавать в "следующем" элементе пространства электрическое поле, которое, в свою очередь, создает новое магнитное поле и т.д. Таким образом, электромагнитное поле распространяется в пространстве со скоростью света в виде незатухающей поперечной волны (рис.1.4). Предсказанные Максвеллом электромагнитные волны были обнаружены Г.Герцем и исследованы на опыте. Колебания возбуждались вибратором, состоящим из двух цинковых шариков, разделенных искровым промежутком. Было показано, что возбуждаемые волны являются поперечными и обнаруживают явления дифракции, поляризации, интерференции.



Рис. 1.4

Что касается отличий, существующих между электромагнитными волнами, обнаруженными Герцем, и световыми, то они могут быть объястолько нены ОТЛИчием ДЛИН ВОЛН.

Можно было утверждать, что явления оптические представляют собой частный случай более общего класса электромагнитных явлений.

Видимый свет, непосредственно воспринимаемый человеческим глазом, занимает узкий интервал длин электромагнитных волн от 0,40 до 0,76 мкм. В этом диапазоне лежит максимум интенсивности электромагнитных волн, излучаемых Солнцем. Повидимому, в этом состоит биологическая причина чувствительности глаза именно в этой области спектра. Со стороны длинных волн к видимому излучению примыкает инфракрасное (ИК) излучение. Оно испускается нагретыми телами. Длины волн ИК излучения в вакууме лежат в пределах от 1 мм до 0,76 мкм. За ним следует диапазон радиоволн, длина которых в вакууме больше 50 мкм. С коротковолновой стороны к видимому свету примыкают ультрафиолетовые (УФ) лучи (длина волны от 400 до 10 нм). Затем идет рентгеновское и у-излучение с условными границами от 10 нм до 0,10 пм. Рентгеновское излучение возникает при взаимодействии заряженных частиц и фотонов с атомами вещества: уизлучение (λ< 0,1 нм) испускается возбужденными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях. Шкала электромагнитных волн представлена на рис.1.5.



Наиболее простым, но важным частным случаем электромагнитной волны, является волна, возникающая в результате гармонических колебаний с частотой ω и распространяющаяся вдоль оси *z* со скоростью *u*. Она записывается следующим образом:

$$E = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{u}\right) + \alpha\right]. \tag{1.5}$$

Выражение (1.5) можно записать любым из приводимых ниже способов:

$$E = E_0 \cos\left[\left(\omega t - \frac{2\pi z}{ut}\right) + \alpha\right] = E_0 \cos\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z\right) + \alpha\right] = (1.6)$$
$$E_0 \cos\left[\left(\omega t - kz\right) + \alpha\right].$$

В (1.5) и (1.6) E_0 - амплитуда; α - начальная фаза; $\omega = 2\pi/T$ - круговая частота; $\lambda = uT$ - длина волны т.е. минимальное расстояние между точками, в которых колебания совершаются в данный мо-

мент времени в одной и той же фазе; $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ - волновой вектор;

 \vec{n} - единичный вектор, направление которого совпадает с направлением распространения волны. Модуль волнового вектора \vec{k} - волновое число.

Излучение одной определенной и строго постоянной частоты ω=*const* называется монохроматическим, а волна - монохроматической.

При распространении монохроматической волны имеется геометрическое место точек, в которых фаза волны одинакова. Эта совокупность точек представляет собой поверхность, называемую фронтом волны, или волновой поверхностью. Фронт волны перемещается по нормали к фронту. Это направление обычно совпадает с направлением распространения энергии.

Если источник, испускающий волны, мал и скорость распространения возмущения во все стороны одинакова (изотропная среда), то фронт волны имеет вид сферической поверхности с центром в источнике. В таком случае волна называется сферической. Уравнение монохроматической сферической волны имеет вид

$$E = \frac{E_0}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right), \tag{1.7}$$

где *r* - расстояние от источника волн (начальная фаза α принята равной нулю).

В случае сферической волны нормали, вдоль которых распространяется фронт волны, совпадают с проведенными из источника радиусами-векторами, называемыми лучами. Таким образом, распространение фронта сферической волны происходит вдоль лучей. Если r достаточно велико, то фронт волны представляется частью сферической поверхности большого радиуса, которая близка к плоской поверхности. Волна, фронт которой представляется плоскостью, называется плоской. Выражения (1.5) и (1.6) описывают плоскую электромагнитную волну. Фронт плоской волны перемещается параллельно самому себе, т.е. плоская волна характеризуется параллельным пучком лучей.

Величина, равная произведению показателя преломления среды, где распространяется электромагнитная волна, на длину пути, пройденную лучом, называется оптической длиной пути L=nl. Для двух лучей вводится понятие оптической разности хода $\Delta = n_1 l_1 - n_2 l_2$, которая связана с разностью фаз. Разность фаз двух лучей, распространяющихся в средах с показателями преломления n_1 и n_2 равна

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{c} \left(n_1 l_1 - n_2 l_2 \right) = \frac{\omega}{c} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta .$$
 (1.8)

При падении света на окружающие тела основное действие производит электрическое поле. Причем при регистрации света физические изменения в фотоприемниках вызываются вектором напряженности электрического поля \vec{E} электромагнитной волны, который часто называют световым вектором. Поэтому, рассматривая световые явления, будем говорить о световом векторе, имея в виду вектор напряженности электрического поля \vec{E} .

В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с. В среде скорость волны равна V = c/n, где $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$ или $n = \sqrt{\varepsilon}$ (для большинства прозрачных сред $\mu \sim 1$).

Согласно уравнениям Максвелла (1.4) электромагнитная волна есть распространение в пространстве взаимосвязанных электрического и магнитных полей, причем модули их напряженностей связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H . \tag{1.9}$$

Электромагнитная волна переносит энергию. Вектор плотности потока электромагнитной энергии называется вектором Пойтинга $\vec{W} = [\vec{E}\vec{H}]$. Модуль вектора Пойтинга равен энергии, переносимой за 1 с через 1 м² площади поверхности, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны. Нетрудно видеть, что с учетом (1.9) и (1.6) среднее по времени значение плотности <*W*> потока энергии пропорционально квадрату амплитуды вектора Е.

$$< W > \sim E_0^2$$
. (1.10)

Количество энергии, переносимое через поверхность площадью ΔS за 1 с, называется потоком энергии Φ :

$$\Phi = \langle W \rangle \Delta S \cos \alpha, \qquad (1.11)$$

где α - угол между вектором \vec{W} и нормалью к поверхности ΔS .

Все приемники света обладают определенной инерционностью. Ее можно характеризовать временем разрешения т. Так для человеческого глаза оно составляет $\tau \sim 0,1$ с. Это время, в течении которого глаз "видит", т.е. сохраняется зрительное впечатление, хотя излучение уже перестало в него попадать. Существуют приемники, для которых время разрешения существенно меньше и составляет величину $\sim 10^{-10}$ с. Однако даже такие времена велики по сравнению с периодом оптических колебаний, который составляет в видимой области спектра $\sim 10^{-15}$ с. Поэтому ни один приемник не может измерить мгновенное значение напряженности электрического или магнитного поля в волне. Все приемники измеряют только величины, квадратичные по полю, усредненные за времена, не меньшие времени разрешения приемника.

Будем называть интенсивностью света *I* модуль среднего по времени значения плотности потока световой энергии. Для однородных сред

$$I \sim E_0^{2}$$
. (1.12)

2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН

Явление, при котором происходит пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких световых волн, называется интерференцией.

Интерференция - одно из явлений, в котором проявляются волновые свойства света. Явление интерференции универсально. Оно свойственно не только световым волнам, но и волнам любого другого типа, например, радиоволнам, акустическим волнам, волнам, возникающим на поверхности воды, при возмущении их с помощью синхронизированных вибраторов. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность.

2.1. Понятие о когерентности

Пусть в некоторой точке пространства складываются две

световые волны $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$ одинаковой частоты с амплитудами $\vec{E_{01}}$ и $\vec{E_{02}}$, причем векторы $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$ колеблются в одной плоскости:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) \ \text{i} \ \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2).$$
(2.1)

В теории колебаний показывается, что результирующее колебание $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \theta)$ имеет ту же частоту, а амплитуда и фаза определяются из соотношений:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi;$$

$$tg\theta = \frac{E_{01}\sin\varphi_1 + E_{02}\sin\varphi_2}{E_{01}\cos\varphi_1 + E_{02}\cos\varphi_2},$$
(2.2)

где $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ - разность фаз складывающихся колебаний.

Вычислим усредненную интенсивность *I* световых колебаний в данной точке пространства за время *τ*, достаточное для наблюдений (много больше периода колебаний)

$$\langle E_0^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau E_0^2 dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left(E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} E_{02} \cos \Delta \varphi \right) dt \, .$$

Если за время τE_{01} и E_{02} сохраняются постоянными, то

$$< E_0^2 >= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\frac{1}{\tau}\int_0^t \cos\Delta\varphi \,dt$$
. (2.3)

Рассмотрим два случая.

1. Если разность фаз постоянна во времени, то

$$\langle E_0^2 \rangle = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi, \qquad (2.4)$$

а так как $I \sim \langle E^2 \rangle$, то интенсивность результирующего колебания не равна сумме интенсивностей складывающихся колебаний, и может быть как меньше, так и больше ее в зависимости от величины разности фаз $\Delta \varphi$, т.е. $I_0 \neq I_1 + I_2$.

Два колебательных процесса называются когерентными, если разность фаз $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ складывающихся колебаний остается постоянной в течение времени, достаточного для наблюдений.

2. Если $\Delta \phi$ меняется во времени случайным образом, а время наблюдения τ много больше среднего периода изменения разности фаз, то

$$\frac{1}{\tau}\int_{0}^{\tau}\cos\Delta\varphi\,dt=0\,.$$

Тогда $I_0 = I_1 + I_2$, т.е. результирующая интенсивность равна сумме интенсивностей исходных колебаний. Это наблюдается при сложении некогерентных колебаний.

2.2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Пусть имеется два когерентных источника S_1 и S_2 в виде двух узких длинных параллельных щелей, лежащих в одной плоскости и расположенных в воздухе (*n*=1) на расстоянии *D* друг от друга. Экран, на котором наблюдается интерференционная картина, расположен в плоскости, параллельной плоскости источников, на расстоянии *L* от нее (рис.2.1). S_1 и S_2 являются источниками волн с цилиндрическим фронтом частотой ω . На экране в области перекрытия световых пучков AB (называемой полем интерференции) наблюдается интерференционная картина в виде полос, параллельных щелям.



Рассчитаем интенсивность результирующего колебания в произвольной точке M, отстоящей на расстоянии x от оси симметрии системы (рис.2.2). Будем считать, что амплитуды световых волн от источников S_1 и S_2 одинаковы и равны E_0 .

Тогда колебания, дошедшие в точку M, будут $E_1 = E_0 \cos(\omega t - kr_1)$ и $E_2 = E_0 \cos(\omega t - kr_2 + \Delta \varphi_0)$, где r_1 и r_2 - расстояния от точки M до источников S_1 и S_2 , $k=2\pi/\lambda$ - волновое число, $\Delta \varphi_0$ - начальная разность фаз световых волн, испускаемых источниками S_1 и S_2 .

Складываясь в точке М, колебания дадут

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \left[\cos(\omega t - kr_1) + \cos(\omega t - kr_2 + \Delta \varphi_0) \right].$$

Воспользовавшись известной тригонометрической формулой преобразования суммы косинусов двух углов, получим

$$E = 2E_0 \cos\left(k\frac{r_2 - r_1}{2} - \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right) \cos\left(\omega t - k\frac{r_1 + r_2}{2} + \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right).$$
 (2.5)

В (2.5) только последний сомножитель описывает волновой процесс, следовательно, это выражение можно переписать в следующем виде:

$$E = E_m(\Delta) \cos(\omega t + \varphi'), \qquad (2.6)$$

где
$$E_m(\Delta) = 2E_0 \cos\left(k\frac{r_2 - r_1}{2} - \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right) = 2E_0 \cos\left(k\frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right)$$
 -

амплитуда колебаний в точке M, а ϕ' - начальная фаза колебаний. Согласно (1.12) интенсивность световых колебаний в точке M будет

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\pi \frac{\Delta}{\lambda} - \frac{\Delta \varphi_0}{2} \right).$$
 (2.7)

Если $\Delta \varphi_0 = const$ (источники S_1 и S_2 когерентные), то интенсивность результирующего колебания будет зависеть только от разности хода $\Delta = r_2 - r_1$, из-за наличия которой между лучами, дошедшими до точки M, возникает разность фаз $\Delta \varphi = 2\pi \Delta/\lambda$.

Для простоты будем считать, что $\Delta \phi_0 = 0$, тогда

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\pi \frac{\Delta}{\lambda}\right). \tag{2.8}$$

Если

$$\Delta = \pm m\lambda, \qquad (2.9a)$$

где m=0,1,2,3... - целое число, называемое порядком интерференции, то разность фаз оказывается кратной 2π , колебания в точке M будут происходить в фазе - наблюдается максимум интенсивности (см.2.8).

Если

$$\Delta = \lambda/2 \pm m\lambda, \qquad (2.96)$$

то световые волны до точки М дойдут в противофазе - наблюдается минимум интенсивности.

Рассчитаем основные характеристики интерференционной картины, т.е. положение максимумов и минимумов на экране и их периодичность. Будем по-прежнему считать, что показатель преломления среды *n*=1. Из рис.2.2 видно, что

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{D}{2}\right)^2 \varkappa r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{D}{2}\right)^2,$$

тогда

$$r_2^2 - r_1^2 = 2xD = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1).$$
(2.10)

Но обычно при наблюдении интерференционных картин выполняется соотношение D << x << L, тогда можно считать, что $r_1+r_2\approx 2L$ и из (2.10) получаем

$$r_2 - r_1 = \Delta = \frac{2xD}{r_1 + r_2} \approx \frac{2xD}{2L} = \frac{xD}{L}.$$
 (2.12)

Подставив (2.9а) в (2.11), находим координаты точек, где будут наблюдаться максимумы интенсивности

$$x_{\max} = \pm m \frac{L\lambda}{D}, \qquad (2.12)$$

а подстановка (2.9б) в (2.11) дает координаты минимумов интенсивности

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L\lambda}{D}.$$
 (2.13)

Расстояние между соседними максимумами или минимумами назовем шириной интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{D}.$$
(2.14)

Из (2.14) видно, что расстояние между интерференционными полосами увеличивается с уменьшением расстояния между источниками D. Для того, чтобы интерференционная картина наблюдалась отчетливо, необходимо выполнение условия D << L.

2.3. Способы получения когерентных волн

Очевидно, что получить когерентные волны от двух независимых источников света практически невозможно. Это связано с тем, что свет атомом излучается в процессе перехода электронов атома с одного энергетического уровня на другой. Момент такого перехода носит вероятностный характер, соответственно, случайна фаза излучаемой атомом электромагнитной волны. Излучение источника складывается из совокупности излучений отдельных атомов и фаза его, естественно, меняется случайным образом. Следовательно, независимые источники излучают световые волны, разность фаз которых меняется хаотично.

Когерентные волны можно получить, если излучение одного источника разделить на два пучка, заставить каждый пучок пройти разные оптические пути, а затем наложить их друг на друга. В этом случае фазы световых волн в каждом пучке меняются хаотично, но синхронно друг с другом, т.е. разность фаз остается постоянной, и пучки будут когерентными. Такое разделение можно осуществить двумя способами - делением волнового фронта и делением амплитуды волны. Способы деления амплитуды волны будут рассмотрены далее, а в данном пункте рассмотрим несколько конкретных интерференционных схем, в которых используется метод деления световой волны по фронту.

<u>Схема Юнга.</u> Пучок света падает на непрозрачный экран с узкой щелью (рис.2.3). Прошедшим светом освещаются две узкие параллельные щели во втором непрозрачном экране. На этих щелях свет испытывает дифракцию, в результате чего за щелями



Рис.2.3

получаются два расходящихся световых пучка. Эти пучки когерентные, т.к. исходят от одного источника. В области их перекрытия АВ наблюдается интерференционная картина.

Бизеркала Френеля. Два пло-

ских соприкасающихся зеркала (рис.1.2) установлены так, что угол между их плоскостями близок к 180°. Зеркала освещаются светом от источника S (как правило,

в качестве источника берется узкая светящаяся щель, ориентированная параллельно линии соединения зеркал). При отражении от зеркал падающий свет разделяется на две когерентные цилиндрические волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников S₁ и S₂, являющихся изображением источника в каждом из зеркал. На экране, где волны перекрываются, наблюдается интерференционная картина.



<u>Бипризма Френеля.</u> Бипризма Френеля (рис.2.5) состоит из двух призм с небольшими преломляющими углами ф, склеенных по малым основаниям. Параллельно основаниям призм на оси симметрии системы располагается узкая светящаяся щель. После преломления в каждой

из призм лучи отклоняются от своего первоначального пути на угол $\theta = (n-1)\varphi$, где *n*- показатель преломления стекла, из которого изготовлены призмы. После преломления в бипризме падающий от S пучок света разделяется на два, как бы исходящих из мнимых источников S₁ и S₂, находящихся в точках пересечения продолжений преломленных лучей. На экране в области пересечения преломленных пучков AB наблюдается интерференционная картина.



<u>Билинза Бийе.</u> а) Тонкая сферическая линза разрезается по диаметру, и ее половинки разводятся на небольшое расстояние. Образовавшийся промежуток между половинками линзы закрывается непрозрачным экраном. Источник света S помещается на оси симметрии системы на

двойном фокусном расстоянии от линзы. В результате получают

два действительных изображения S_1 и S_2 точечного источника S (рис.2.5). S_1 и S_2 являются источниками сферических когерентных волн. В области их перекрытия наблюдается интерференционная картина.

б) Из тонкой линзы вырезается по диаметру узкая полоска, а оставшиеся части склеиваются по срезу. Источник света помещается в фокусе линзы. В результате преломления лучей в половинках линзы получаем два пучка с плоскими фронта-



ми, распространяющимися под малым углом друг к другу. В области перекрытия пучков наблюдается интерференционная картина (см. рис.2.6).

Во всех (кроме последнего) рассмотренных выше способах получения когерентных волн расчет параметров интерференционной картины сводится к уже изученному нами случаю двух когерентных источников (п.2.2). Надо только в формуле (2.14) использовать расстояние между источниками S_1 и S_2 и расстояние от источников до экрана, найденные с учетом особенностей геометрии каждого конкретного случая.

2.4. Пространственная и временная когерентность

До сих пор при рассмотрении явлений интерференции мы подразумевали, что источники света точечные и световые волны, испускаемые ими, - идеально монохроматические. В реальных ситуациях эти условия точно выполнены быть не могут. Рассмотрим, какую роль при наблюдении явлений интерференции играют немонохроматичность световых волн и протяженность реальных источников света.

<u>Временная когерентность.</u> Продолжительность процесса излучения света атомами $\tau \sim 10^{-8}$ с. За этот промежуток времени возбужденный атом, растратив свою избыточную энергию на излучение, возвращается в основное (невозбужденное) состояние, и излучение им света прекращается. Затем вследствие столкновения с другими атомами, электронами или фотонами атом снова может возбудиться и начать излучать свет. Такое прерывистое излучение света атомами в виде отдельных кратковременных импульсов - цугов волн - характерно для любого источника света, независимо от тех физических процессов, которые происходят в источнике.

Каждый цуг волн имеет ограниченную длину *l*, связанную с конечной длительностью т его излучения. При распространении света в вакууме $l=\tau c$. Таким образом, свет состоит из последовательности цугов волн со средней длительностью τ, фаза которых имеет случайную величину, т.е. в общем случае цуги оказываются взаимно некогерентны. Пусть средняя длина цугов равна l_0 , очевидно, что взаимодействовать между собой могут только те цуги волн, пространственное расстояние между которыми $\Delta \leq l_0$, в противном случае в точке наблюдения цуги, между которыми рассматривается взаимодействие, просто не встретятся (см. рис.2.7). Величина $l_{\kappa or} = l_0$ называется длиной когерентности, и она определяет максимально допустимую разность хода между взаимодействующими волнами, при которой еще может наблюдаться явление интерференции. А время, равное средней длительности излучения цугов, называется временем когерентности $t_{\text{ког}} = <\tau >$. В течение этого времени начальная фаза волны сохраняет свою постоянную величину. Время и длина когерентности связаны между собой очевидным соотношением

$$l_{\text{KOF}} = ct_{\text{KOF}}.$$
 (2.15)

В математике показывается, что любую конечную интегрируемую функцию можно представить в виде суммы гармонических составляющих с непрерывно изменяющейся частотой v.

Причем диапазон частот Δv , в котором лежат основные гармоники, связан с длительностью функции τ соотношением $\tau \sim 1/\Delta v$. Это означает, что спектр цуга волны частотой v_0 и длительностью τ лежит в диапазоне Δv вблизи v_0 . Отсюда приходим к соот-



Рис.2.7

ношению, связывающему ширину спектра излучения с временем когерентности

$$t_{\text{KOF}} \sim 1/\Delta v.$$
 (2.16)

Частота света связана с длиной волны в вакууме соотношением $v_0 = c/\lambda$. Дифференцируя это выражение, найдем, что

$$\Delta v = c \Delta \lambda_0 / \lambda_0^2 \approx c \Delta \lambda / \lambda^2.$$

Сравнивая полученное выражение с (2.16), получим для времени когерентности выражение

$$t_{\text{kor}} \sim \lambda^2 / (c \Delta \lambda),$$
 (2.17)

а из (2.15) получаем следующее значение для длины когерентности

$$l_{\rm KOF} \sim \lambda^2 / \Delta \lambda.$$
 (2.18)

<u>Пространственная когерентность.</u> Во всех практических интерференционных схемах большое значение имеет размер когерентных источников света. Если размеры когерентных источников много меньше длины волны, то всегда получается резкая интерференционная картина, т.к. разность хода от любых точек источников до какой либо точки интерференционного поля изменяется на величину, много меньшую длины волны. Однако на практике размеры источников обычно много больше длины световой волны. В этом случае, по существу, на экране имеется наложение множества интерференционных картин, полученных от множества пространственно разделенных пар точечных когерентных источников света, на которые можно разбить исходные протяженные источники. Эти картины будут сдвинуты одна относительно другой так, что результирующая картина будет размыта, и при большом размере источников она практически исчезает. Оценим количественно максимальный размер когерентных источников света, при котором полностью исчезает интерференционная картина.

Пусть имеется два когерентных протяженных источника S_1 и S_2 в виде длинных параллельных щелей шириной d, расположенных в одной плоскости. Расстояние между центрами щелей D > d. На расстоянии L от плоскости источников параллельно ей располагается экран Э, на котором наблюдается интерференционная картина в виде полос, параллельных щелям (рис.2.1).

Разобьем источники S₁ и S₂ на большое количество узких одинаковых щелей так, чтобы ширина каждой из них была много меньше длины световой волны λ, излучаемой источниками. Присвоим щелям, входящим в состав каждого из источников S₁ и S₂, номера от 1 до *n*. В результате получили *n* пар источников в виде узких длинных щелей, расстояние между щелями, образующими каждую пару, равно D. Свет, испущенный каждой такой парой, на экране Э образует систему интерференционных полос, расстояние между которыми $\Delta x = L \lambda / D$ (см. формулу 2.14), т.е. картину, наблюдаемую на экране Э, можно представить как совокупность одинаковых пронумерованных систем интерференционных полос, каждая из которых сдвинута относительно предыдущей на расстояние d/n. Очевидно, что при $d=\Delta x/2$ система полос с номером *п* сдвинута относительно системы с номером 1 на половину ширины интерференционной полосы, при этом положение максимумов интенсивности света в первой системе совпадает с положением минимумов интенсивности в *n*-й системе, т.е. первая и *п*-я системы полос взаимно "гасят" друг друга. Если

$$d \ge \Delta x = \frac{L\lambda}{D},\tag{2.19}$$

то для любой системы интерференционных полос с номером 1 найдется такая система с номером k, что 1-я и k-я системы полос

будут взаимно "гасить" друг друга. При этом интерференционная картина на экране полностью размывается. Таким образом, формула (2.19) определяет размер источника света, при котором не наблюдается интерференционная картина на экране.

Из соотношения (2.19) легко получить ограничения, накладываемые на угловой размер источника света. Действительно, угловой размер источника света (в нашем случае длинная щель), наблюдаемого из центра экрана, равен $\varphi = d/L$. Тогда из (2.19) получаем, что интерференционная картина на экране видна только при

$$\phi < \lambda/D.$$
 (2.20)

2.5. Интерференция в тонких пленках

Ранее (п.2.3) были рассмотрены различные способы получения интерференционных картин, в которых осуществлялось деление исходной волны по фронту. Две и более когерентные волны можно также получить путем деления исходной волны по амплитуде.

Именно таким образом когерентные волны получаются при наблюдении явлений интерференции света в тонких пленках.

2.5.1. Интерференция в плоскопараллельных пластинках

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку с показателем преломления n и толщиной h из воздуха (n'=1) падает параллельный пучок света с длиной волны λ (рис.2.8). На рисунке этот пучок представлен двумя лучами 1 и 2. Падающие лучи частично отражаются от поверхности пластинки, а частично проходят в нее, отражаются от ее нижней поверхности и выходят в воздух (лучи, испытавшие многократные отражения от поверхностей пластинки, в силу их малой интенсивности из рассмотрения исключаем). В результате имеем два пучка света, отразившихся от нижней и верхней поверхностей пластинки, которые распространяются в одном направлении, но прошли разные пути (на рис.2.8 эти пучки представлены лучами 1' и 2'). Рассчитаем оптическую разность хода этих пучков.



Рис. 2.8

Опуская перпендикуляр из точки А на луч 2, получим точку D. Считаем, что ЛО плоскости AD разность хода лучей 1 и 2 равнялась нулю. После плоскости AD до точки С геометрическая ПУТИ луча длина 2 равняется CD, а луча 1 - АВС. Следовательно, оптическая разность хода лучей 1' и 2' будет

$$\Delta = 2nAB - n'CD. \tag{2.21}$$

Выразим величины AB и CD через параметры пленки и углы падения α и преломления β. Очевидно, что

$$CD = AC \sin\alpha = 2h \ tg\beta \sin\alpha \quad \text{и} \quad AB = h/\cos\beta, \text{ тогда}$$
$$\Delta = \frac{2nh}{\cos\beta} - 2n'h \ tg\beta \sin\alpha = \frac{2nh}{\cos\beta} \left(1 - \sin^2\beta\right) = 2nh \ \cos\beta. \quad (2.22)$$

При выводе этого выражения учтено, что $n' sin \alpha = n sin \beta$. В выражение (2.22), однако, надо ввести поправку. Это связано с тем, что, как следует из уравнений Максвелла, при отражении электромагнитной волны от границы раздела двух диэлектриков фаза отраженной волны увеличивается на π в том случае, когда отражение происходит от границы с оптически более плотной средой (обладающей большим показателем преломления). В противном случае фаза отраженной волны остается без изменений. В рассматриваемом случае n > n = 1, т.е. фаза луча 2' дополнительно увеличивается на π . Это эквивалентно увеличению на $\lambda/2$ оптический длины пути луча 2', т.е. выражение (2.22) будет иметь вид $\Delta = 2nh \cos \beta - \lambda/2$. (2.23)

Если интенсивности лучей 1' и 2' равны *I*₁ и *I*₂, то интенсивность света, полученного при интерференции равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\left(\frac{2\pi nh\cos\beta}{\lambda} - \pi\right) =$$
$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\left(\frac{2\pi\Delta'\cos\beta}{\lambda} - \pi\right). \tag{2.24}$$

Здесь мы ввели обозначения $\Delta' = nh$ - разность хода, вносимая пластиной и зависящая только от ее свойств.

Как видим, распределение интенсивности света в интерференционной картине зависит от величины $\frac{\Delta' \cos \beta}{\lambda}$. В зависимости от того, какой из параметров, входящих в последнее выражение, изменяется, различают три разновидности интерференционных полос:

- 1. *λ=const*, *β=const*, изменяется оптическая толщина пластины Δ' наблюдаются интерференционные полосы равной толщины;
- 2. λ=const, Δ'=const изменяется угол падения β наблюдаются полосы равного наклона;
- 3. Δ'=const, β=const изменяется длина световой волны λ (данную ситуацию можно осуществить, например, освещая пластину белым светом, разложенным в спектр с помощью призмы). При этом в отраженном спектре будут наблюдаться темные полосы, называемые полосами равного хроматического порядка.

Наиболее известны первые два вида интерференционных полос, поэтому более подробно остановимся именно на их рассмотрении.

2.5.2. Полосы равной толщины

Полосы равной толщины возникают при отражении параллельного пучка лучей от поверхности тонкой пленки, толщина которой неодинакова и меняется по какому-либо закону. Оптическая разность хода интерферирующих лучей будет меняться при переходе от одних точек поверхности пленки к другим из-за изменения толщины пленки. Интенсивность света будет одинакова в тех точках, где одинакова толщина пленки, поэтому интерференционная картина называется полосами равной толщины. Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности пленки. Очевидно, что если пленка представляет собой правильный клин, то на экране будет наблюдаться система интерференционных полос, параллельных ребру клина. Рассчитаем расстояние между соседними полосами для этого случая.

Пусть имеется тонкий клин с малым углом α при вершине, изготовленный из стекла с показателем преломления *n*. Клин освещается плоской монохроматической световой волной с длиной волны λ , падающей нормально поверхности клина (рис.2.9). Допустим, что в точке C₁ выполняется условие максимума интенсивности света, т.е. в точке



 C_1 разность хода Δ_1 между лучами, отраженными от верхней и нижней поверхностей клина, удовлетворяет условию $\Delta_1 = k\lambda$ (k целое число). Возьмем на поверхности клина точку C_2 , ближайшую к C_1 , такую, что для нее тоже выполняется условие максимума интенсивности света. Тогда разность хода в точке C_2 будет $\Delta_2 = (k-1)\lambda$. Так как угол α мал, то можно считать, что $A_1B_1 \approx B_1C_1 \approx h_1 = L_1 tg\alpha$, где h_1 - толщина клина в точке B_1 , а L_1 расстояние от вершины клина до точки C_1 . Тогда

 $\Delta_1 = (\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{C}_1)n - \lambda/2 = 2L_1 n \ tg \ \alpha - \lambda/2.$

Аналогично для точки С2

$$\Delta_2 = (A_2B_2 + B_2C_2)n - \lambda/2 = 2L_2n \ tg \ \alpha - \lambda/2.$$

Откуда

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \lambda = 2(L_1 - L_2)n \ tg \ \alpha. \tag{2.25}$$

Но $L_1 - L_2 = x$ - расстояние между соседними максимумами интерференционной картины. Тогда из (2.25) получаем для малых углов α

$$x \approx \frac{\lambda}{n\alpha}$$
 (2.26)

2.5.3. Полосы равного наклона

Пусть на плоскопараллельную пластину толщиной h и с показателем преломления n падает рассеянный монохроматический свет с длиной волны λ . Из условия $\Delta = 2nh \cos\beta$ следует, что при n,h = const разность хода зависит только от угла падения лучей β . Очевидно, что лучи, падающие под одним углом, будут иметь одну и ту же разность хода. Если параллельно пластине разместить линзу L, в фокальной плоскости которой расположен экран Э, то эти лучи соберутся в одной точке экрана (рис.2.10).



Рис.2.10

В рассеянном свете имеются лучи самых разных направлений. Лучи, падающие на пластину под углом α_1 , соберутся на экране в точке P_1 , интенсивность света в которой определяется разностью хода Δ . Путем несложных расчетов можно получить, что

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1} \; .$$

падающие

на

Лучи,

пластину под углом α_1 , но в другой плоскости, будут иметь такую же разность хода и соберутся в другой точке, но на таком же расстоянии от центра экрана. Таким образом, лучи, падающие на пластину во всевозможных плоскостях, но под углом α_1 , создают на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных на окружности с центром в точке О. Аналогично, лучи, падающие под другим углом α_2 , создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек, но расположенных на окружности другого радиуса. Следовательно, на экране будет наблюдаться система концентрических окружностей, называемых линиями равного наклона. Поскольку интерферирующие лучи идут к экрану параллельным пучком, то говорят, что линии равного наклона локализованы в бесконечности. Для наблюдения их пользуются линзой (роль линзы может играть хрусталик глаза).

2.5.4. Кольца Ньютона

Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Ньютон наблюдал интерференционные полосы в воздушной прослойке между плоской поверхностью стекла и плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны, прижатой к стеклу. При нормальном падении света на линзу интерференционные полосы имеют форму концентрических колец, при наклонном - эллипсов. Они получаются вследствие интерференции лучей, отраженных от верхней и нижней границ воздушной прослойки между линзой и стеклянной пластиной. Рассмотрим случай нормального падения света на поверхность линзы.

Для вычисления радиусов колец (рис.2.11) рассчитаем оптическую разность хода на произвольном расстоянии от точки соприкосновения линзы с пластиной (точки О).

Пусть прослойка между линзой и пластиной заполнена воз-



Рис.2.11

духом. Тогда оптическая разность хода интерферирующих лучей будет приблизительно равна удвоенной толщине (обозначим ее через *b*) воздушной прослойки в рассматриваемой точке . Из геометрических построений (см. рис.2.11) с учетом того, что b<<R,r легко получить

 $\tilde{R}^2 = (R-b)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rb + r^2$, откуда

$$b \approx \frac{r^2}{2R}$$
.

Учитывая изменение фазы световой волны, отраженной от плоской пластины, получим, что разность хода Δ интерферирующих лучей есть

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} \approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$
 (2.27)

Если ∆ равняется целому числу длин волн, то в рассматриваемой точке наблюдается максимум интенсивности, при полуцелом - минимум. Это условие можно записать как

$$\Delta = m \frac{\lambda}{2}, \qquad (2.28)$$

при четном *m* наблюдается максимум интенсивности, при нечетном - минимум. Подставляя (2.28) в (2.27), для радиуса колец Ньютона получаем следующее соотношение:

$$r_m = \sqrt{R(m-1)\frac{\lambda}{2}}, \qquad m = 1,2,3...$$
 (2.29)

Четным значениям *m* соответствуют светлые кольца, нечетным - темные.

Если падающий на оптическую систему свет белый, то разным длинам волн λ соответствуют разные значения r_m , т.е. вместо темных и светлых будет наблюдаться система радужных колец.

2.6. Многолучевая интерференция

До сих пор мы рассматривали случаи двухлучевой интерференции, но на практике часто встречаются ситуации, когда в интерференции участвуют k>2 когерентных лучей (многолучевая интерференция). Определим амплитуду E или интенсивность $I \sim E^2$ колебания, полученного в результате интерференции N когерентных одинаково направленных колебаний с одинаковой амплитудой E_0 . Воспользуемся для этого методом векторных диаграмм.



Рис. 2.12

Каждое из k колебаний представим соответствуювектором ЩИМ $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, ..., \vec{E}_k,$ причем начальная фаза ϕ_{0i} каждого из колебаний увеличивается с увеличением индекса і на одну и ту же величину δ, т.е. φ_{0i+1} - $\varphi_{0i} = \delta$ для любого *i*. Результирующее колебание *Ē* на векторной плоскости быть представлено может как $\vec{E} = \sum_{i=1}^{\kappa} \vec{E}_i$ (рис.2.12). Так

амплитуды слагаемых колебаний одинаковы $E_1 = E_2 = ... = E_{k-1} = E_k = E_0$, то концы векторов $\vec{E}_1, \vec{E}_2, ..., \vec{E}_k$ (точки A₁,A₂,...,A_k) лежат на окружности с центром в точке О'. Очевидно (см.рис.2.12), что амплитуда результирующего колебания

$$E_0 = OA_k = 2 OO' sin(\alpha/2),$$
 (2.30)

HO

$$\alpha = 2\pi - k\delta \qquad \text{if } OO' = \frac{E_0}{2\sin(\delta/2)}. \tag{2.31}$$

как

Подставив (2.31) в (2.30), получим

$$E = E_0 \frac{\sin \frac{k\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$
 и интенсивность $I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{k\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}.$ (2.32)

График зависимости интенсивности света от разности фаз I(б) для случая k=6 представлен на рис.2.13. Он представляет из себя последовательность главных максимумов, наблюдаемых при



 $\delta = \pm 2\pi n, \ n = 0, 1, 2, ...$ разделенных *k*-1 минимумами, наблюдаемыми при $\delta = \pm 2\pi n/k,$

где *n* - любое целое число, некратное *k*. Амплитуда главных максимумов

$$I_{\max} = k^2 I_0,$$

т.е. видно что в случае многолучевой интерференции по сравнению с двухлучевой происходит

резкое увеличение яркости светлых интерференционных полос с одновременным уменьшением их ширины. Для сравнения на рис.2.13 пунктиром показана зависимость $I(\delta)$ для случая двухлучевой интерференции.

2.7. Применение явления интерференции

Явление интерференции света находит широкое применение в науке и технике. Оно используется в спектральном анализе, для точного измерения расстояний и углов, в задачах контроля качества поверхности, для создания светофильтров, зеркал, просветляющих покрытий. На явлении интерференции основана голография. Остановимся на некоторых применениях явления интерференции.

<u>Просветление оптики.</u> Коэффициент отражения границы раздела воздух-стекло ~4%, поэтому, если не принимать специальных мер, в сложных объективах потери света на отражение могут быть весьма велики (>50%). Для уменьшения потерь на отражение оптические детали покрывают специальными покрытиями. Эффект действия таких покрытий основан на использовании явления интерференции.

Линзу с показателем преломления n_0 покрывают прозрачной диэлектрической пленкой с показателем преломления n и толщиной d. Падающий свет испытывает отражение на границах воздух-пленка и пленка-стекло. Величину показателя преломления

выбирают так, что $n < n_0$. При этом в обоих случаях имеет место отражение от оптически более плотной среды (для обеих волн имеется скачок фазы на π). Отраженные волны ослабляют друг друга, если разность их фаз равна π (разность хода равна $\lambda/2$). Это условие выполняется при $dn = \lambda/2$ (т.е. $d = \lambda/4n$), причем полное гашение достигается при равенстве амплитуд отраженных волн, что обеспечивается при $n = \sqrt{n_0}$. Так как чувствительность человеческого глаза максимальна при $\lambda=550$ нм (зеленый свет), оптика просветляется именно для этой длины волны. Но тогда для фиолетовой и красной частей спектра коэффициент отражения отличен от нуля. Поэтому просветляющее покрытие имеет пурпурный цвет.

Интерференционные зеркала и светофильтры. При *n*>*n*₀ пленка оптической толщины $dn = \lambda_0/4$, нанесенная на стеклянную поверхность, будет увеличивать коэффициент отражения. В этом случае происходит увеличение фазы на π только для волны, отраженной от передней поверхности пленки, и обе отраженные волны усилят друг друга, Т.К. разность хода составит $\lambda/4 + \lambda/4 + \lambda/2 = \lambda$. Но добиться высоких коэффициентов отражения (>30%) таким способом практически невозможно. Коэффициент отражения можно значительно увеличить если использовать явление многолучевой интерференции. Для этого на стекло наносят ряд пленок с одинаковой оптической толщиной ($d_i n_i = \lambda_0/4$), но с разными показателями преломления; между двумя слоями диэлектрика с большим показателем преломления n₁ помещают слой диэлектрика малым показателем преломления С n_2 (рис.2.14а). При выполнении условия $n_1 > n_2 > n_0$ все отраженные волны синфазны и усиливают друг друга. В некоторой области длин волн, близкой к λ_0 ($\lambda_0 = 4n_1d_1 = 4n_2d_2$), получаем пик коэффициента отражения, причем ширина этого пика тем уже, чем больше число слоев. При количестве слоев 11-13 достигается значение коэффициента отражения ~99% в области длин волн шириной Δλ~10 нм. Такие многослойные покрытия используются для создания лазерных зеркал, обладающих большим коэффициентом отражения для фиксированной длины волны.



Рис.2.14: а)интерференционное зеркало $n_1 > n_2 > n_0$, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda/4$ б)интерференционный светофильтр $n_1 > n_2 > n_0$, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda/2$

Если для оптической толщины пленок выполняется условие $d_1n_1 = d_2n_2 = \lambda_0/2$ (рис.2.14б), то легко видеть, что отраженные от границ раздела слоев световые волны будут в противофазе и, следовательно, ослаблять друг друга. При достаточно большом количестве коэффициент слоев отражения для света с

длиной волны будет равен практически нулю (коэффициент пропускания близок к единице), а для света с другими длинами волн коэффициент отражения близок к 100%. В этом случае имеем узкополосный интерференционный светофильтр для света с длиной волны λ_0 .

<u>Контроль формы поверхности</u> различных плоских деталей в простейших случаях может быть осуществлен с помощью так называемых мерных пластин. Мерная пластина представляет из себя стеклянный диск с высококачественной поверхностью. Процесс измерения заключается в наложении пластины на контролируемую деталь, при этом между поверхностью детали и пластиной образуется воздушный зазор, толщина которого зависит от качества исследуемой поверхности. При освещении пластины монохроматическим светом наблюдаются интерференционные полосы равной толщины, форма которых зависит от конфигурации неровностей поверхности, а расстояние между полосами – от их высоты (см. рис. 2.15).



Рис.2.15

Исследование потоков жидкостей и газов также часто осуществляется с использованием явления интерфе-Так на рис. 2.16 ренции. представлена интерференционная картина, полученная при фотографировании в монохроматическом свете быстрого потока мыльной воды с закрепленной в нем тонкой шелковой нитью (Zhang, J., Childress, S., Libchaber, A. & Shelley, M. Nature 408, 835-839, 2000).

На фотографии видно, что в потоке жидкости образуется вихревая дорожка, состоящая из двойного ряда расположенных по разные стороны от нити вихрей. Похожее явление возникает, когда поток воды обтекает выступающий из реки камень, или когда начинает звучать обдуваемая ветром струна ("эолова арфа").



Рис. 2.16

Описываемый эксперимент позволяет объяснить одну из старейших проблем механики жидкости и газа, - что заставляет флаг полоскаться на ветру.

<u>Интерферомет-</u> <u>ры</u> - оптические приборы, основанные на явлении интерфе-

ренции световых волн. Интерферометры получили наибольшее распространение как приборы для измерения длин волн спектральных линий и их структуры; для измерения показателя преломления прозрачных сред; в метрологии для абсолютных и относительных измерений длин и перемещений различных объектов; измерения угловых размеров звезд; для точного контроля формы, микрорельефа и деформации поверхности оптических деталей и чистоты металлических поверхностей и т.д.



Принцип действия интерферометров основан на пространственном разделении пучка света с по-МОЩЬЮ того ИЛИ иного устройства с целью получения двух или более взаимно когерентных лучей, которые проходят различные оптические пути, а затем сводятся вместе и наблюдается результат ИХ интерференции.

Рассмотрим устройство наиболее известного двухлучевого интерферометра - интерферометра

Майкельсона (схема его приведена на рис.2.17). Параллельный пучок света от источника L падает на полупрозрачную пластину P_1 , разделяется на два когерентных пучка 1 и 2. После отражения от зеркал M_1 и M_2 и повторного прохождения луча 2 через пластину P_1 оба луча проходят в направлении АО через объектив O_2 и интерферируют в его фокальной плоскости. Пластина P_2 компенсирует разность хода между лучами 1 и 2, возникающую из-за того, что луч 2 дважды проходит через пластину P_1 , а луч 1 ни одного.

Наблюдаемая интерференционная картина соответствует интерференции в воздушном слое, образованном зеркалом M_2 и мнимым изображением M_1' зеркала M_1 в пластине P_1 . Если слой плоско-параллелен, то будут получаться полосы равного наклона, локализованные в бесконечности. Если M_2 и M_1' образуют воздуш-
ный клин, то наблюдаются полосы равной толщины, локализованные на поверхности этого клина.

При высокой степени монохроматичности используемого света (большой длине когерентности) интерферометр Майкельсона позволяет наблюдать интерференцию очень высокого порядка (~10⁶). Это дало возможность ввести новый стандарт длины - длину световой волны.

Хорошо известно, что использование в качестве первичного эталона длины метрового платинового стержня, хранящегося в Париже, представляло ряд неудобств. Путем интерферометрических измерений можно определить, сколько длин волн какойлибо спектральной линии укладывается в одном метре, и затем считать первичным эталоном приведенную к вакууму длину волны этой линии, излучаемой стандартным источником света. В 1954 г. Международный конгресс метрологов решил принять в качестве эталона длину волны оранжевой линии ($\lambda_0 \approx 6,056 \cdot 10^{-10}$ м) атома криптона с массовым числом 86. Было установлено, что в одном метре укладывается 1 650 763,73 длины волны в вакууме этой линии атома криптона, и тем самым определен первичный эталон длины.

3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

3.1. Дифракция света и условия ее наблюдения

Дифракцией света называется явление огибания световыми волнами препятствий или, другими словами, отклонение волн от первоначального распространения в средах с резко выраженными оптическими неоднородностями, размеры которых сопоставимы с длиной волны.



Рис.3.1

Если на пути света, испускаемого источником S, поставить непрозрачный экран с малым отверстием, то световые волны отклоняются от прямолинейного пути распространения. Свет, огибая края отверстия, распространяется в область геометрической тени, и на экране Э (рис. 3.1а) получится более широкое светлое пятно, чем это следует из геометрических построений.

Точно так же, если на пути света поместить непрозрачный круглый диск малого диаметра (рис.3.1б), то за центром диска в точке А на экране получим светлое пятно, интенсивность которого быстро уменьшается по мере увеличения размера диска. Вне геометрической тени получается система концентрических светлых и темных колец.

3.2. Принцип Гюйгенса-Френеля

Явление дифракции может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волновое возмущение в момент времени t, является центром вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в момент времени t+dt (рис.3.2).



Рис. 3.2

Однако принцип Гюйгенса не дает никакой информации об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем,

Пусть на плоскую преграду с отверстием (рис.3.3) падает волна с параллельным преграде фронтом. По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит центром испускания вторичных волн, которые в однородной и изотропной среде будут сферическими. Построив огибающую вторичных волн, мы убеждаемся в том, что за отверстием волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды.



дополнившим принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн, которые являются когерентными, т.к. исходят из одного источника. Учет фаз и амплитуд этих вторич-

ных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства.

С помощью принципа Гюйгенса-Френеля удалось объяснить целый ряд дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света - показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.



Рис.3.4

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждый элемент dS волновой поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой удовлетворяет следующим условиям: она пропорциональна площади dS и убывает с расстоянием от источника по закону 1/r. От каждого участка dS волновой поверхности в точку

наблюдения В (рис.3.4) приходит световое колебание

$$d\vec{E} = C(\varphi) \frac{E_0 dS}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0), \qquad (3.1)$$

где ($\omega t + \alpha_0$) и E_0 - фаза и амплитуда колебаний в месте, где расположен элемент dS, r - расстояние от элемента dS до точки B, $k=2\pi/\lambda$ - волновое число. Коэффициент пропорциональности $C(\phi)$ убывает при увеличении угла между нормалью к dS (вектором \vec{n}) и вектором \vec{r} , причем C(0)=1, $C(\pi/2)=0$.

Результирующее световое колебание в точке наблюдения представляет собой суперпозицию колебаний, дошедших в точку В от всех элементов поверхности *S*:

$$E = \int_{S} C(\varphi) \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr \cos \varphi + \varphi_0) dS. \qquad (3.2)$$

Эта формула является аналитическим выражением принципа Гюйгенса-Френеля. Однако вычисления с использованием фор-

мулы (3.2) в общем случае чрезвычайно трудны и даже для простейших объектов (дифракция на круглом отверстии, прямоугольной щели) требуют использования нетривиальных численных методов.

Френель показал, что в ряде случаев нахождение результирующей амплитуды может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

3.3. Метод зон Френеля

Применим принцип Гюйгенса-Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке В сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S. Для этого разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны, называемые зонами Френеля, построенные таким образом, что расстояние от краев соседних зон до точки наблюдения В отличается на половину длины волны $\lambda/2$ (рис.3.5).



Рис. 3.5

Расстояние от краев соседних зон до точки наблюдения будут равны: $M_1B=b+\lambda/2$, $M_2B=b+2\lambda/2$ и т.д., в том числе для k-й зоны $M_kB=b+k\lambda/2$, где *b* - расстояние от вершины волновой поверхности O до точки наблюдения B.

Из формулы (3.2) следует, что амплитуды световых колебаний пропорциональны площади соответствующего участка волновой поверхности. Для оценки амплитуды колебаний, создаваемых зонами Френеля, определим площади этих зон.



Внешняя граница k-й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_k (рис.3.6). Площадь k-го сегмента S_k равна $S_k=2\pi a h_k$, а площадь (k-1)-го, $S_{k-1}=2\pi a h_{k-1}$ где a радиус волновой поверхности. Тогда площадь k-й зоны можно записать в виде

$$\Delta S_k = S_k - S_{k-1}. \tag{3.3}$$

Из рис. 3.6 видно, что

$$r_k^2 = a^2 - (a - h_k)^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_k)^2,$$
 (3.4)

где r_k - радиус k-й зоны Френеля (точнее, ее внешней границы). Так как $h_k << a, b$ то из (3.3) следует:

$$h_k \cong \frac{bk\lambda + k^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)}$$

или, для не слишком больших значений k

$$h_k \cong \frac{bk\lambda}{2(a+b)}.$$
(3.5)

Следовательно,

$$S_k = \frac{\pi a b}{a+b} k \lambda \,, \tag{3.6}$$

а из (3.3) и (3.6) получаем, что площадь k-й зоны

$$\Delta S_k = \frac{\pi a b}{a+b} \lambda, \qquad (3.7)$$

т.е. площади зон Френеля не зависят от k и одинаковы для не слишком больших значений k.

Таким образом, зоны Френеля излучают вторичные волны с примерно одинаковой амплитудой.

Рассмотрим действия зон в точке наблюдения. Обозначим амплитуду волны, дошедшей до точки наблюдения от центральной зоны как E_1 , от следующей - как E_2 и т.д.

Поскольку колебания, приходящие в точку наблюдения В от разных зон, будут иметь в среднем разность хода $\lambda/2$ и, следовательно, разность фаз π , то результирующее колебание *E* получим, суммируя величины E_1 , E_2 , E_3 и т.д. с учетом разных знаков этих величин у четных и нечетных зон:

 $E = E_1 - E_2 + E_2 - E_3 + E_4 - ... = E_1 - (E_2 - E_3) - (E_4 - E_5) - ...$ (3.8) Амплитуда дошедших до точки световых колебаний от каждой из зон убывает с увеличением номера зоны как из-за увеличения угла между нормалью к волновой поверхности и направлением на точку наблюдения, так и из-за увеличения расстояния ($b + k\lambda/2$) до точки В. Тогда можно записать, что

$$E_1 > E_2 > E_3 > E_4 > E_5 > \dots$$
 (3.9)

Из (3.8) и (3.9) следует, что

$$E < E_1 . \tag{3.10}$$

Перепишем ряд (3.8) в виде

$$E = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2}\right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2}\right) + \dots$$
(3.11)

Так как величина

$$E_k \cong \frac{E_{k-1} + E_{k+1}}{2}, \qquad (3.12)$$

то из (3.11) и (3.12) получается

$$E \cong \frac{E_1}{2}.\tag{3.13}$$

Таким образом, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны *E*₁.

Из (3.4) можно получить выражение для радиусов зон Фре-

неля

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda} \,. \tag{3.14}$$

Для плоской волны, устремляя $a \rightarrow \infty$, получим

$$r_k = \sqrt{bk\lambda} \,. \tag{3.15}$$

В частности, для a=b=1 м и $\lambda=0.5$ мкм (зеленый свет) расчет дает $r_1\sim0.5$ мм, $\Delta S<1$ мм².

Следовательно, свет от источника к точке наблюдения распространяется как бы в пределах очень узкого прямого канала луча. Мы видим, что широко используемое в геометрической оптике понятие луча вытекает из теории дифракции.

3.4. Метод графического сложения амплитуд

Разобьем волновую поверхность на равные по площади кольцевые подзоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньше по ширине. Колебание, создаваемое в точке наблюдения каждой такой подзоной, можно изобразить в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебаний, а угол, образуемый вектором с направлением, принятым за начало отсчета, дает начальную фазу колебаний. Колебание, создаваемое в точке В любой из таких подзон, имеет приблизительно такую же амплитуду, как и колебание, создаваемое предшествующей подзоной, но будет отставать от него на практически одинаковую для всех соседних подзон величину. На рис.3.7а изображена векторная диаграмма, получающаяся при сложении колебаний для действия одной центральной зоны, а на рис.3.7б - для действия всей волновой поверхности.

Если бы при переходе от зоны к зоне амплитуда оставалась постоянной, конец последнего из векторов совпадал бы с началом первого вектора. В действительности, амплитуда слабо убывает и векторы образуют не замкнутую фигуру, а ломанную спираль. Если ширину кольцевых зон устремить к нулю, векторная диаграмма примет вид спирали, закручивающейся к центру С (рис.3.7б). Фазы колебаний в точках 0 и 1 отличаются на π , т.е. участок 0-1 соответствует первой зоне Френеля. Вектор, прове-



денный из точки 0 в точку 1, изображает колебание, возбуждаемое в точке В этой зоной (рис.3.8а). Вектор 1-2 (рис.3.8б) изображает колебание, возбуждаемое второй зоной Френеля. Колебания от первой и второй зон находятся в противофазе, векторы 0-1 и 1-2 направлены в противоположные стороны

(рис.3.8а,б). Колебание, возбуждаемое всей волновой поверхностью, изобразится вектором 0С (рис.3.8в). Видно, что амплитуда в этом случае равна половине амплитуды, создаваемой первой зоной. Ранее этот же результат был получен алгебраически. На рис.3.8г вектор 0Р изображает колебание, создаваемое внутренней половиной первой зоны, а вектор P-1 - внешней половиной первой зоны.

3.5. Простейшие случаи дифракции Френеля

3.5.1. Дифракция Френеля от круглого отверстия

На пути сферической волны, распространяющейся от источ-



Рис.3.8

ника S, поместим непрозрачный экран с малым отверстием MN радиуса r_0 , как показано на рис.3 9.



Рис.3.9

Если расстояния *a* и *b* удовлетворяют условию (3.14), то отверстие оставит открытым *k* первых зон Френеля

$$k = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \tag{3.16}$$

Амплитуда колебаний в точке В будет равна

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_k. \tag{3.17}$$

Переписывая формулу (3.17) в виде (3.11), можно показать, что

$$E = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_k}{2}.$$
 (3.18)

Знак "-" берется для нечетных зон, знак "+" - для четных.

Из (3.18) видно, что если в отверстии помещается четное количество зон, то в точке В будет минимум интенсивности света, а при нечетном количестве зон - в точке В будет максимум интенсивности. Изменение расстояния b приведет к изменению освещенности в точке В: она будет то темной, то светлой.

Изобразим графически распределение интенсивности света для дифракции на круглом отверстии. Точка В - центр экрана, х - расстояние от центра дифракционной картины (рис.3.10). Для рис. $3.10a\ k$ - нечетное, $3.106\ k$ - четное.



46

Для точек на экране, смещенных относительно В, будут попеременно выполняться условия максимума и минимума, и дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец.



Рис. 3.11

На рис. 3.11 представлена дифракционная картина, полученная на круглом отверстии по мере уменьшения расстояния от отверстия до экрана. При этом число открытых зон Френеля увеличивается слева направо с 2 до 6. Видно, что размер дифракционной картины уменьшается, приближаясь к диаметру отверстия.

3.5.2. Дифракция Френеля от круглого диска

Поместим теперь между точечным источником света и точкой наблюдения В непрозрачный круглый диск радиусом r_0 так, чтобы он закрывал k первых зон Френеля (рис.3.12).



Рис. 3.12

Число закрытых зон Френеля находится из (3.16).

Путем алгебраического суммирования для результирующей амплитуды в точке В получим

$$E = E_{k+1} - E_{k+2} + E_{k+3} - \dots =$$

$$= \frac{E_{k+1}}{2} + \left(\frac{E_{k+1}}{2} - E_{k+2} + \frac{E_{k+3}}{2}\right) + \dots$$
(3.19)

Выражения в скобках близки к нулю. Отсюда

$$E \cong \frac{E_{k+1}}{2} > 0.$$
 (3.20)



Рис. 3.13

Таким образом, в центре экрана за непрозрачным диском должно быть светлое пятно, окруженное кольцевыми зонами чередующегося света и тени.

График распределения интенсивности в дифракционной картине в зависимости от расстояния до точки В представлен на рис.3.13, а сама дифракционная картина – на рис. 3.16.

Предположение о том, что в центре тени должно находиться светлое пятно, было выдвинуто Пуассоном как доказательство несостоятельности теории Френеля при ее рассмотрении в Парижской академии. Однако Араго произвел соответствующий опыт и показал, что выводы Пуассона соответствуют действительности. С тех пор светлое пятно в центре тени называется пятном Пуассона.

3.6. Дифракция Фраунгофера на одной щели

До сих пор рассматривали дифракцию сферической волны, изучая дифракционную картину в точке, лежащей на конечном расстоянии от препятствия (дифракция Френеля).

Фраунгофер в 1821-22 гг. рассмотрел несколько иной тип явления - дифракцию в параллельных лучах. Хотя принципиально фраунгоферова дифракция не отличается от рассмотренной выше дифракции Френеля, тем не менее подробное рассмотрение этого случая является весьма существенным. Это связано с тем, что, в отличие от сферических волн, математическое описание многих важных случаев дифракции Фраунгофера относительно нетрудно и позволяет до конца разобрать поставленную задачу. Кроме того, этот случай весьма важен практически, т.к. он находит применение при рассмотрении многих вопросов, касающихся действия оптических приборов (дифракционные приборы, оптические инструменты).



Рис. 3.14

В случае дифракции в параллельных лучах в выражении (3.2) амплитуда вторичных волн одинакова для любого элемента, не зависит от расстояния до точки наблюдения, и в (3.1) коэффициент пропорциональности $C(\phi) = 1$. Это означает, что в (3.2) результирующую амплитуду световых колебаний в точке наблюде-

ния для случая дифракции Фраунгофера можно записать в виде

$$E = E_0 \int \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}r + \alpha)ds. \qquad (3.21)$$

Интеграл в выражении (3.21) во многих, имеющих практическое значение случаях, имеет аналитическое решение. Оптическая схема для наблюдения дифракции Фраунгофера представлена на рис.3.14. Малый источник света помещается в фокусе лин49

зы L_1 . А собирается свет от источника с помощью линзы L_2 на экране Э. Между линзами L_1 и L_2 помещают экран с диафрагмой D. Линза L_2 лучи, вышедшие из диафрагмы D под одним углом φ и лежащие в одной плоскости, собирает в одной точке фокальной плоскости. Таким образом, на экране Э, расположенном в фокальной плоскости линзы L_2 , получается пространственное распределение интенсивности света, соответствующее угловому распределению лучей после диафрагмы D. Решить задачу дифракции - значит найти это распределение интенсивности в зависимости от размеров и формы препятствий, вызывающих дифракцию. В своем рассмотрении мы ограничимся разбором наиболее простых, и в то же время весьма важных случаев. Большое значение имеет случай, когда отверстие является длинной щелью.



Рис. 3.15

Найдем распределение освещенности на экране за щелью аналитическим путем.

Пусть на узкую длинную щель AB шириной *b* нормально падает плоская световая волна, которая описывается выражением

 $E = E_m \cos \omega t$. За щелью расположена собирающая линза, а в ее фокаль-

ной плоскости - экран для наблюдения дифракционной картины (рис.3.15). Разобьем волновую поверхность в пределах щели АВ на элементарные зоны - узкие щели шириной dx. Для решения поставленной задачи нам необходимо написать выражение для волны, излучаемой каждым элементом щели dx, и проссуммировать действие всех элементов в каждой точке экрана. Амплитуда волны, излучаемой элементом dx, очевидно, пропорциональна его

ширине, т.е. равна kdx. Коэффициент k определяется из предположения, что по направлению $\varphi=0$ амплитуда волны, излучаемая всей щелью, равна E_0 (амплитуда волны в точке О - фокусе линзы), т.е. $kb=E_0$, откуда $k=E_0/b$. Таким образом, световое колебание в соответствующем участке щели выразится соотношением

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t \,. \tag{3.22}$$

Для того, чтобы найти действие всей щели в направлении, определяемом углом φ , необходимо учесть разность фаз, которую имеют волны, доходящие от различных элементов щели до точки наблюдения O_{φ} . За плоскостью AC разность фаз лучей остается постоянной, т.к. линза не вносит никакой дополнительной разности хода. Значит распределение фаз, которое будет иметь место на плоскости AC, определяет соотношение фаз элементарных волн, собирающихся в точке O_{φ} . Из рисунка 3.15 видно, что разность хода между волнами, идущими от элементарной зоны в точке A (край щели) и от зоны в точке D, лежащей на расстоянии *x* от края щели, есть $\Delta_x = x \sin \varphi$.

Световое колебание в точках плоскости АС выразится как

$$dE_{\varphi} = \frac{E_0}{b} dx \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\Delta_x\right) = \frac{E_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x \sin\varphi\right) dx . \quad (3.23)$$

Суммарное поле в точке О_ф можно найти путем интегрирования (3.23) по всей ширине щели

$$E_{\varphi} = \int_{0}^{b} \frac{E_{0}}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\varphi\right) dx . \qquad (3.24)$$

В (3.24) делаем замену переменных

$$\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi = z \quad \text{if } dx = -\frac{dz}{\frac{2\pi}{\lambda} \sin \varphi}.$$
 (3.25)

Подставив (3.25) в (3.24), получим

$$E_{\varphi} = \frac{E_{0}}{b\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi} \int_{\omega t}^{\omega t - 2\pi b\sin\frac{\varphi}{\lambda}} \int_{\omega t}^{z \cos z dz} =$$

$$= \frac{E_{0}}{b\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi} \left[sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right) - sin\omega t \right].$$
(3.26)

Воспользовавшись в (3.26) формулой преобразования разности синусов двух углов, получим

$$E_{\varphi} = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right)}{\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right).$$
(3.27)

Амплитуда результирующей волны в направлении, определяемом углом ϕ , будет иметь вид

$$E_{0\varphi} = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right)}{\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi}.$$
(3.28)

При значениях ф, удовлетворяющих условию

$$\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi = \pm m\pi \qquad (m=1,2,3,...), \qquad (3.29)$$

амплитуда $E_{0\phi}$ равна нулю. Условие

$$b\sin\varphi = \pm m\lambda$$
 (3.30)

определяет положение минимумов амплитуды света.

Главный максимум имеет место при $\phi=0$, при этом равенство (3.28) превращается в неопределенность вида 0/0. Раскрывая ее по правилу Лопиталя, получим $E_{\phi=0}=E_0$.

Для определения положения вторичных максимумов приравниваем нулю производную по углу ф от (3.28) и получаем трансцендентное уравнение

$$\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi = tg\left(\frac{\pi}{\lambda}b\sin\varphi\right). \tag{3.31}$$

Решая его численными методами или графически, получим условие вторичных максимумов

$$\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi \cong 1,43\pi, \quad \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi \cong 2,46\pi, \quad \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi \cong 3,47\pi, \dots$$

ИЛИ

$$b \sin \varphi \cong (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$
, где $m=\pm 1,2,3,...$ (3.32)

На рис.3.16 показан ход кривой $E_{0\phi}$ в зависимости от *sin* ϕ .

Учитывая, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, получим

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)^2}.$$
 (3.33)



Графики распределения амплитуды $E_{0\phi}$ и интенсивности I_{ϕ} в зависимости от *sin* ϕ имеют вид, представленный на рисун-ках.3.16 и 3.17.

Так как $I_{-\phi}=I_{+\phi}$, то дифракционная картина симметрична относительно центра линзы.

3.7. Характерные области дифракции света

Иногда встречается утверждение, что дифракция Фраунгофера отличается от дифракции Френеля тем, что в первом случае на исследуемый объект падает плоская волна, а во втором - сферическая. Это утверждение, вообще говоря, неверно.

Пусть плоская волна с длиной волны λ падает нормально на экран с отверстием (например, круглым) радиусом r_0 , а точка наблюдения находится на оси симметрии за экраном на расстоянии L от него.

Характер дифракционной картины зависит от того, сколько зон Френеля укладывается в отверстии, или от значения параметра дифракции ρ , равного отношению размера первой зоны Френеля к размеру отверстия r_0 . Из (3.15) следует, что радиус первой зоны Френеля равен $r_1 = \sqrt{L\lambda}$, тогда

$$\rho = \frac{\sqrt{L\lambda}}{r_0}.$$
 (3.34)

Различают следующие характерные области дифракции света, отвечающие разным значениям р:

- геометрическая область - ρ<<1;

- область дифракции Френеля - ρ~1;

- область дифракции Фраунгофера - ρ>>1.

При фиксированном размере отверстия r_0 и длине падающей волны λ по мере удаления точки наблюдения от отверстия (т.е. с увеличением *L*) последовательно проходят указанные области.

В первой, прилегающей к отверстию области ($L << \frac{r_0^2}{\lambda}$), по-

перечное (в плоскости *L=const*) распределение амплитуды повторяет (исключая малую окрестность вблизи границ геометрической тени) распределение амплитуды на самом отверстии и отвечает приближению геометрической оптики.

Во второй области $(L \approx \frac{r_0^2}{\lambda})$ поперечное распределение амплитуды существенно искажается. При этом картина дифракции зависит от того, сколько зон Френеля помещается в отверстии (дифракция Френеля).

Наконец, в третьей, удаленной области ($L >> \frac{r_0^2}{\lambda}$), размер

отверстия значительно меньше первой зоны Френеля. Дифракция при выполнении этого условия, называется фраунгоферовой. Заметим, что в чистом виде дифракция Фраунгофера наблюдается на бесконечности ($L \rightarrow \infty$) - дифракция в параллельных лучах.



Рис.3.18

На рис. 3.18 представлено распределение интенсивности света на экране, расположенном за отверстием в виде тонкого кольца, по мере увеличения расстояния между отверстием и экраном. Можно проследить плавный переход от геометрической оптики (1-3) через дифракцию Френеля (4-7) к дифракции Фраунгофера (9-11). Число открытых зон уменьшается слева направо.

3.8. Дифракционная решетка

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на системе N одинаковых щелей, разделенных равными промежутками. Пусть ширина каждой щели b, а расстояние между центрами соседних щелей (период) d. То есть мы имеем одномерную периодическую структуру, называемую дифракционной решеткой.



Рис. 3.19

Пусть дифракционная решетка освещается параллельным пучком монохроматического света с длиной волны λ. падающим нормально на нее. За решеткой параллельно ей располагается собирающая линза L, а в ее фокальной плоскости экран Э для наблюдедифракционной НИЯ (рис. картины 3.19). Рассмотрим лучи, отклонившиеся в резуль-

тате дифракции от своего первоначального направления на угол ϕ . Каждая щель является источником когерентных волн, которые могут интерферировать друг с другом. Разность хода между двумя лучами, вышедшими из точек, расположенных на одинаковом расстоянии от краев двух соседних щелей, равна $\Delta = dsin\phi$, значит, разность фаз между ними есть $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$.

Таким образом, после решетки под углом φ к нормали идут *N* когерентных лучей, для которых разность фаз между лучом 1 и лучами 2,3,...,*N* равна δ ,2 δ ,...,(*N*-1) δ . Так как все эти лучи падают на линзу под одним углом φ , то после прохождения линзы все они сходятся в одной точке экрана O_{φ} . Очевидно, что эта точка видна из центра линзы под углом φ . Интенсивность света в точке O_{φ} может быть найдена как результат интерференции *N* когерентных лучей с регулярной разностью фаз между ними.

Тогда можно использовать формулу (2.32), из которой следует, что интенсивность света в точке O_{ϕ} равна

$$I_{\varphi} = I_{0\varphi} \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} = I_{0\varphi} \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi Nd}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)},$$

где $I_{0\varphi}$ - это интенсивность света, вышедшего из одной щели под углом φ . Но эта величина была найдена в п.3.6 (формула (3.33)), следовательно,

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi N d}{\lambda} \sin\varphi\right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\varphi\right)}, \qquad (3.35)$$

здесь I_0 - интенсивность света, вышедшего из одной щели под углом $\phi=0$.

Проанализируем полученное выражение. Его можно представить как произведение двух сомножителей:

$$I_{\varphi 1} = \sqrt{I_0} \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)^2} \times I_{\varphi 2} = \sqrt{I_0} \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi N d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}.$$

Графики функций $I_{\varphi l}$ и $I_{\varphi 2}$ в зависимости от *sin* φ представлены на рис.3.18 а. и б., а их произведения - на рис.3.18в. Мы видим, что при освещении дифракционной решетки монохроматическим светом, распределение интенсивности света на экране за ней представляет из себя ряд максимумов (называемых главными), разделенных практически темными участками. Угловое положение главных максимумов определяется из условия

$$\frac{\pi d}{\lambda}\sin\varphi = m\pi$$
 или $d\sin\varphi = m\lambda$ (m=0,±1,±2,...), (3.36)

При выполнении этого условия $I=N^2I_0$, т.е. в направлении углов, удовлетворяющих (3.36), происходит увеличение интенсивности света, прошедшего через одну щель, в N^2 раз.

Между главными максимумами располагается *N*-1 минимум интенсивности, угловое положение которых находится из усло-





Угловая ширина главного максимума δφ определяется как угловое расстояние между направлениями на минимумы, ближайшие к данномаксимуму. MY дифферен-Взяв циал от выражения (3.37), легко получить, что

$$\delta \varphi = \frac{\lambda}{Nd\cos\varphi}$$

Отсюда видно, что ширина главных максимумов уменьшается с ростом числа щелей *N*.

Рис.3.20

3.9. Дифракционные спектры

Рассмотрение действия дифракционной решетки показывает, что при большом числе щелей свет, прошедший через решетку, собирается в отдельных, резко ограниченных участках экрана. Положение этих участков, определяемое формулой (3.36), зависит от длины волны λ , т.е. дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор.

Чем меньше длина волны λ , тем меньшему значению угла φ соответствует положение максимума. Таким образом, белый свет, прошедший через решетку, раскладывается в спектр так, что внутренним, т.е. ближним к максимуму нулевого порядка краем его, являются фиолетовые, а наружным - красные лучи. Значение m=0 определяет максимум по направлению $\varphi=0$ для всех значений λ . Поэтому в этом направлении (направлении первичного пучка) собираются лучи всех длин волн, т.е. спектр нулевого порядка представляет собой изображение источника, сформированное в белом света.

Спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков располагаются симметрично по обе стороны нулевого. Расстояние между соответствующими линиями спектров возрастает по мере увеличения порядка спектров, и поэтому спектры высших порядков, накладываясь, частично перекрывают друг друга. Частичное перекрытие обычно начинается со спектров 2-го и 3-го порядков.

При помощи дифракционной решетки с малым периодом для спектров высших порядков можно получить значительные углы отклонения и таким образом довольно точно измерить длину волны $\lambda = (d \sin \phi)/m$.

Особенность дифракционных спектров заключается в том, что отклонение волны пропорционально ее длине. В связи с этим дифракционные спектры называют нормальными, в отличие от спектров, получаемых с помощью призм, где спектр растянут неравномерно.

3.10. Дисперсия и разрешающая сила дифракционной решетки

Основными характеристиками любого спектрального аппарата являются его дисперсия и разрешающая сила.

3.10.1. Дисперсия дифракционной решетки

Дисперсия угловая $D_{\rm угл}$ или линейная $D_{\rm лин}$ определяет угловое бо или линейное б*l* расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу

$$D_{\rm yrn} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda}, \quad D_{\rm nuh} = \frac{\delta l}{\delta \lambda};$$
 (3.38)

т.к. $\delta l = f \delta \phi$ (*f* - фокусное расстояние линзы, расположенной между дифракционной решеткой и экраном), то $D_{\text{лин}} = f D_{\text{угл}}$.

Найдем величину угловой дисперсии для дифракционной решетки. Для этого продифференцируем по λ выражение (3.36), получим $d \cos \varphi = m\lambda$, откуда

$$D_{\rm yrn} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi}.$$
 (3.39)

Для малых углов $\cos \phi \cong 1$ и

$$D_{\rm yrn} \cong \frac{m}{d}.$$
 (3.40)

3.10.2. Разрешающая сила дифракционной решетки

Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн δλ, при которой две спектральные линии воспринимаются раздельно

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},\tag{3.41}$$

где λ - длина волны, вблизи которой проводятся измерения.

Рэлей ввел критерий, согласно которому две линии в спектре можно считать разрешенными (т.е. наблюдаемыми отдельно). Две линии с длинами волн λ_1 и λ_2 принято считать разрешенными в *k*-м порядке, если *k*-й дифракционный максимум для длины волны λ_1 совпадает с минимумом, ближайшим к *k*-му максимуму, для длины волны λ_2 . При этом суммарная интенсивность в про-

вале между двумя линиями дифракционного спектра равна 0,7 от интенсивности максимумов. Считается, что такое различие в интенсивностях может быть легко зарегистрировано глазом (рис.3.21а). Если же спектральные линии расположены ближе, то в промежутке между линиями будет находиться провал меньшей глубины (неразличимый глазом) или вообще "горб" интенсивности (рис.3.21б).



Рис.3.21

Получим на основе критерия Рэлея выражение для разрешающей силы дифракционной решетки.

Положение середины k-го максимума для длины волны λ_1 определяем из (3.36)

 $d\sin\varphi_{\max} = m\lambda_1. \qquad (3.42)$

Правый, ближайший к k-му максимуму, минимум для длины волны λ_2 , расположен под углом (см.(3.37)), удовлетворяющим условию

$$d\sin\varphi_{\min} = m\lambda_2 + \lambda_2/N. \tag{3.43}$$

Из условия Рэлея следует, что $\phi_{max} = \phi_{min}$. Обозначим $\lambda_1 = \lambda + \delta \lambda$ и $\lambda_2 = \lambda$, тогда из (3.42) и (3.43) следует

$$k(\lambda + \delta \lambda) = (k + 1/N)\lambda.$$

Отсюда $k \, \delta \lambda = \lambda / N$ или

$$R = \lambda / \delta \lambda = kN, \qquad (3.44)$$

Итак, дифракционная решетка способна разрешить тем более близкие спектральные линии, чем больше у нее число щелей N и чем выше порядок спектра k. У современных решеток число штрихов достигает 1200 на 1 мм.

3.11. Дифракция рентгеновских лучей

Явление дифракции рентгеновских лучей впервые было экспериментально обнаружено Лауэ, Фридрихом и Книппингом в 1912 г. В 1913 г. Брэгги и Вульф дали интерпретацию явления дифракции рентгеновских лучей на кристаллах как селективного отражения от систем атомных плоскостей.



Обычные дифракционные решетки, у которых период имеет величину порядка длины световой волны, ДЛЯ наблюдения дифракции рентгеновских лучей неприемлемы, т.к. длины рентгеновских волн в 10⁴ раз меньше световых волн. Оказалось, что пространственной дифракционной решеткой для рентлучей геновских могут служить кристаллы, у ко-

торых расстояние между рассеивающими центрами (атомами) одного порядка (10⁻¹⁰ м) с длиной волны рентгеновских лучей.

В кристаллах атомы расположены упорядочено, образуя трехмерную решетку. Рентгеновские лучи возбуждают атомы кристаллической решетки, вызывая появление вторичных волн, которые интерферируют подобно вторичным волнам от щелей дифракционной решетки. Разбив кристалл на ряд параллельных плоскостей (рис.3.22), проходящих через узлы решетки, можно выделить в нем большое число параллельных атомных слоев.

Пусть падающий пучок рентгеновских лучей образует угол θ с одной из систем таких плоскостей. Кристаллическую структуру, изображенную на рис.3.22, можно рассматривать как объемную дифракционную решетку с периодом *d*, равным расстоянию между соседними слоями атомов. Разность хода лучей, рассеянных первым и вторым слоем атомов, для случая, когда на-

правление падающих и рассеянных лучей составляет с атомными плоскостями один и тот же угол θ , равна BC+CD. Подсчет этой величины дает для разности хода лучей 1 и 2 выражение

$$\Delta = 2 \, d \sin \theta. \tag{3.45}$$

Условие максимума для междуатомной интерференции будет $2 d \sin \theta = k\lambda$, (3.45)

где k = 1,2,3,... причем разным k соответствуют разные углы скольжения θ . Для дифракции рентгеновских лучей в кристаллах выражение (3.46) называется формулой Вульфа-Брэгга. Изучая дифракцию рентгеновских лучей, можно по измеренным углам θ для дифракционных максимумов и по известной длине волны монохроматического рентгеновского излучения исследовать внутреннюю структуру кристаллов.



Рис. 23

Если направить на кристалл пучок рентгеновских лучей, обладающих набором различных длин волн, то лишь те из них, которые удовлетворяют условию (3.46), дадут интерференционную картину, т.е. существенные пики интенсивности рентгеновского излучения. Таким обра-

зом, можно выделить из широкого спектра пучок лучей, соответствующих узкому диапазону длин волн.

Типичная дифракционная картина рентгеновских лучей на кристалле представлена на рис. 23.

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

4.1. Типы поляризации

4.1.1. Поляризованный свет

Поляризованным называется свет, у которого колебания вектора напряженности электрического поля Е - светового вектора упорядочены. Для поляризованного света различные направления в плоскости, перпендикулярной световому лучу, неэквивалентны. Такая неэквивалентность существует только для поперечных волн. Продольные волны не имеют поляризации.



Для волны, изображенной на рис. 4.1а, направление колебаний вектора Е является выделенным. Эта волна поляризована. Волна, изображенная на рис. 4.1.б, неполяризованная, так как все направления колебания вектора Е в плоскости беспорядочно изменяются с течением времени и поэтому эквивалентны.

Существуют три типа поляризации света: линейная, циркулярная (круговая) и эллиптическая. Кроме того, свет может быть неполяризованным и частично поляризованным.

4.1.2. Линейная поляризация света

Линейно (плоско) поляризованной называется волна, вектор Е которой в процессе распространения колеблется в одной плоскости, проходящей через луч (рис.4.1а). Линейно поляризованную волну принято на рисунках изображать при помощи услов-



ных обозначений, смысл которых понятен из рис.4.2. Линейно поляризованная волна, представленная на рис. 4.2а, имеет вектор Е, лежащий в плоскости листа. Вектор Е волны, изображенной на рис.4.2б, перпендикулярен плоскости листа.

4.1.3. Естественный (неполяризованный) свет

Свет, испускаемый каким-либо отдельным атомом, всегда линейно поляризован. Но любой реальный макроскопический источник света состоит из огромного числа атомов, каждый из которых испускает волну с поляризацией произвольного направления. Поэтому в результирующем излучении направление вектора Е в каждый момент времени непредсказуемо, и излучение такого источника является неполяризованным. Среднее значение квадрата вектора Е за время наблюдения, а значит, и интенсивность света, не зависит от направления в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света. Естественным называется свет с быстро и беспорядочно изменяющимся направлением вектора напряженности электрического поля, причем все направления колебаний, будучи перпендикулярными световому лучу, равновероятны (рис.4.1б). Условные обозначения для естественного света приведены на рис.4.2в.

Свет, у которого одно из направлений колебания вектора Е является преимущественным, но не единственным, называется частично поляризованным. Частично поляризованный свет может быть представлен в виде суперпозиции линейно поляризованного

64

и естественного света. Условные обозначения для частично поляризованного света приведены на рис.4.2г.

4.1.4.Эллиптическая и циркулярная (круговая) поляризация света

Рассмотрим суперпозицию двух линейно поляризованных волн одной и той же частоты, распространяющихся в одном и том же направлении, плоскости колебаний вектора Е которых взаимно перпендикулярны (рис. 4.3.)

$$E_1 = E_x(z,t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz);$$

$$E_2 = E_y(z,t) = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta),$$
(4.1)



Исследуем поведение суммарного вектора $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ при фиксированном значении координаты z (для простоты возьмем случай z=0). С течением времени конец вектора \vec{E} описывает в плоскости ХҮ

некоторую кривую. Найдем уравнение этой кривой при фиксированных значениях разности фаз δ между волнами. Для этого в (4.1) исключим явную зависимость от времени. Находя sin(ω t) и cos(ω t) из уравнений (4.1) и подставляя их в тождество sin²(ω t)+cos²(ω t)=1, находим

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{2E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos\delta + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = \sin^2\delta.$$
(4.2)

Таким образом, при сложении двух линейно поляризованных волн одинаковой частоты, колебания вектора \vec{E} которых лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях, результирующая волна имеет эллиптическую поляризацию. Волна называется эллиптически поляризованной, если при фиксированном значении координаты z (координаты, вдоль которой волна распространяется)

конец вектора \vec{E} в плоскости с течением времени описывает эллипс (рис.4.4).

Рассмотрим некоторые частные случаи.

а) Пусть $\delta = \pm \frac{\pi}{2} + \pi m$, где m=0,1,2,... В этом случае (4.2) преобразуется в

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = 1,$$



Рис.4.4

(4.3)

т.е. оси эллипса, вдоль которого вращается конец вектора \vec{E} , ориентированы по осям X и Y.

Если амплитуды исходных волн равны между собой $(E_{x0}=E_{y0})$, то уравнение (4.3) превращается в уравнение окружности. Это означает, что в любой момент времени конец вектора \vec{E} в плоскости XY лежит на окружности. С течением времени, поскольку сами вектора \vec{E} изменяются по гармоническому закону, вектор \vec{E} вращается по окружности с постоянной угловой скоростью ω . Такая волна называется циркулярно поляризованной.

Можно изобразить положение вектора \vec{E} в пространстве в фиксированные моменты времени. Начало вектора \vec{E} всегда лежит на оси, совпадающей с направлением распространения света, а конец - на винтовой линии, проведенной на поверхности прямого эллиптического цилиндра, причем сам вектор всегда перпендикулярен оси (рис.4.4).

б) При $\delta = \pm 2\pi m$ уравнение (4.2) преобразуется в

$$\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}} = 0; (4.4)$$

в) при $\delta = \pm \pi + 2\pi m$ (4.2) преобразуется в

$$\frac{E_x}{E_{0x}} + \frac{E_y}{E_{0y}} = 0. (4.5)$$



В случаях б) и в) конец вектора \vec{E} колеблется с частотой ω вдоль прямых, графики которых представлены на рис.4.5, т.е. результирующая волна в этих случаях будет линейно поляризованной. Таким образом, при сложении двух линейно поляризованных волн одинаковой частоты, колебания

вектора \vec{E} которых лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях, результирующая волна имеет эллиптическую, циркулярную или линейную поляризацию. Источников эллиптически поляризованных волн не существует. Такие волны могут быть получены с помощью специальных оптических устройств, которые будут рассмотрены ниже.

4.2. Поляризация света на границе двух сред. Закон Брюстера

При отражении и преломлении света диэлектриком наблюдается явление изменения поляризации света. При этом поляризация волн, отраженных и преломленных на границе раздела двух сред, как правило, отличается от поляризации падающего света.

При угле падения, равным углу Брюстера, определяемым соотношением

$$tg\alpha_B = n_{21} = n_2 / n_1,$$
 (4.4)

отраженный свет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (n_{21} -относительный, а n_1 и n_2 - абсолютные показатели преломления первой и второй среды соответственно). При этом преломленная волна оказывается частично поляризованной преимущественно в плоскости падения (рис. 4.6.а). Из законов преломления (1.1) и Брюстера (4.4) следует, что



поляризован, а угол падения отличен от угла Брюстера, то отра-



И преломженная волна часленная тично поляризованы (рис. 4.6б). При падении линейно поляризованной волны на границу раздела двух сред могут возникнуть два принципиально различных случая. Если вектор \vec{E} в падающей волне перпен-

дикулярен плоскости падения, то для любого угла, включая угол Брюстера, отраженная волна также линейно поляризована, причем вектор \vec{E} перпендикулярен плоскости падения (рис. 4.7а). Если же вектор \vec{E} падающей волны лежит в плоскости падения, то при равенстве угла падения углу Брюстера отраженная волна отсутствует (рис.4.7б).

4.3. Оптическая анизотропия

4.3.1. Естественная анизотропия

Оптической анизотропией называется зависимость оптических характеристик среды (показателя преломления, скорости распространения волны) от направления. Существует анизотропия двух видов: естественная и искусственная. Естественной анизотропией обладают кристаллические среды. Искусственная или наведенная анизотропия возникает в ранее изотропной среде под действием внешних воздействий, например, электрического поля, механических напряжений и т.п.

Поместим в произвольную точку анизотропной среды точечный источник света. Зависимость скорости распространения волны от направления можно представить в сферических координатах в виде замкнутой поверхности, которая в общем случае представляет собой эллипсоид и называется лучевой поверхностью (рис.4.8а).

Аналогичный вид имеет поверхность, иллюстрирующая зависимость от направления величины, обратной показателю преломления (т.е. 1/n), (рис.4.8б). Значения показателя преломления в направлениях, совпадающих с осями эллипсоида, называются главными значениями показателя преломления.

Отметим, что точно такой же вид имеет поверхность, определяющаяся обратными скоростями:

$$\frac{x^2}{(1/v_x)^2} + \frac{y^2}{(1/v_y)^2} + \frac{z^2}{(1/v_z)^2} = 1.$$

Такая поверхность называется эллипсоидом волновых нормалей.

4.3.2. Двойное лучепреломление. Построения Гюйгенса

Явление двойного лучепреломления заключается в том, что при падении световой волны на кристалл в нем возникает две волны, которые распространяются в общем случае в различных направлениях и с различными скоростями. Одна из них подчиняется законам геометрической оптики и называется обыкновенной. Для другой, называемой необыкновенной, законы геометрической оптики не выполняются. В дальнейшем все величины, относящиеся к обыкновенной волне, будем обозначать индексом "о" (от слова ordinary), к необыкновенной - индексом "е" (от слова extraordinary).

Необходимо помнить, что в кристалле наблюдаемым на опыте направлением является направление, называемое лучом, которое совпадает с направлением переноса энергии (вектором Пойнтинга). В общем случае направление луча может не совпадать с направлением вдоль волнового вектора.

В кристаллах существует направление (в простейшем случае одно), называемое оптической осью, в котором скорости обыкновенной и необыкновенной волн одинаковы. Плоскость, в которой лежат оптическая ось одноосного анизотропного кристалла и волновой вектор световой волны, называется главной плоскостью или главным сечением кристалла.

Обыкновенная и необыкновенная волны поляризованы в двух взаимно перпендикулярных направлениях: вектор \vec{E} необыкновенной волны лежит в главной плоскости, вектор \vec{E} обыкновенной волны перпендикулярен главной плоскости.

Если кристалл вырезан так, что его оптическая ось параллельна поверхности, а волна падает на кристалл нормально, то разделение падающей волны на обыкновенную и необыкновенную происходит, но обе они распространяются в одном направлении с разными скоростями. Суперпозиция обыкновенной и необыкновенной волн в этом случае может дать, в зависимости от разности фаз волну эллиптической, циркулярной или линейной поляризации (см. п.4.1.4).

4.3.5. Построения Гюйгенса

Для того, чтобы определить направление обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, можно воспользоваться построениями Гюйгенса. Оно выполняется при помощи лучевой поверхности. За некоторое время t падающая волна пройдет расстояние AB, которое принимается за единицу (рис.4.9). Расстояние, которое пройдут обыкновенная и необыкновенная волны определяются в этом масштабе обратными показателями преломления. Из точки В проводим касательные к лучевым поверхностям, при этом точки касания определят направления лучей обыкновенной и необыкновенной волн.



Рис.4.9

4.3.6. Искусственная анизотропия



Рис.4.10а

Искусственная анизотропия проявляется в возникновении двулучепреломления в первоначально изотропных средах при внешних воздействиях.

<u>Упруго-оптический эф</u> <u>фект.</u> Оптически изотропное тело при деформациях сжатия и растяжения приобретает свойство кристалла, оптическая ось ОО которого коллинеарна с направлением
деформирующих сил (рис.4.10а).

При распространении перпендикулярно оптической оси линейно поляризованная волна разбивается на две - обыкновенную и необыкновенную, разность показателей преломления для которых равна

$$n_o - n_e = Fb / S,$$



Рис.4.10б

где F -деформирующая сила, S - площадь боковой поверхности, b- упруго-оптическая постоянная. На выходе из такого вещества свет в общем случае становится эллиптически по-Если ляризованным. вещество, поместить обладающее упругоэффектом, оптическим скрещенными между поляризаторами, ТО В отсутствии деформации поле за такой оптиче-

ской системой будет темным, а при приложении силы оно будет просветлятся. При неоднородной деформации разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волной изменяется от точки к точке. В этом случае в скрещенных поляризаторах можно получить картину деформаций в объеме вещества.

<u>Эффект Керра.</u> Оптически изотропное вещество в электрическом поле напряженностью Е_{вн} приобретает свойство одноосного кристалла с оптической осью ОО, коллинеарной вектору напряженности электрического поля (рис.4.10б.). Разность показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн равна

$$n_o - n_e = k E_{\rm \tiny BH}^2 \lambda,$$

где *k*- постоянная Керра, λ- длина волны. На выходе из вещества свет в общем случае становится эллиптически поляризованным.

4.4. Поляризационные устройства

4.4.1. Поляризаторы

Поляризатор - устройство для получения линейно поляризованного света. То направление в плоскости поляризатора, которое совпадает с направлением вектора Е световой волны на выходе из поляризатора, называется осью пропускания или просто осью поляризатора.

Существуют два типа поляризаторов - поляризационные призмы и поляроиды.

Поляризационная призма состоит обычно из двух трехгранных призм, по меньшей мере одна из которых вырезается из оптически анизотропного кристалла. Проходящий через призму свет проходит границу раздела двух призм, на которой условия преломления света для компонент пучка, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, резко различны. В частности, для одной из этих компонент на границе раздела могут выполняться условия полного внутреннего отражения, в результате чего через призму проходит лишь другая компонента. Рассмотрим основные типы поляризационных призм.



В Николя призме (рис.4.11.) две составляющие ее призмы с оптической осью, направленной по ОО', склеены клеем с показателем преломления n_k , для которого выполнено соотношение *n_e*< *n_k*< *n_o*. При выполнении этого условия обык-

новенный луч испытывает полное внутреннее отражение на границе раздела призма-клей и выводится из призмы.



В <u>призме Глана</u> (рис.4.12а) оптическая ось перпендикулярна плоскости рисунка, между двумя составляющими призмами имеется воздушный промежуток, и условие полного внутреннего отражения для обыкновенной волны достигается подбором преломляющих углов этих призм.

В <u>призме Рошона</u> (рис4.126 ОО' - оптическая ось) обе волны, обыкновенная и необыкновенная, выходят из призмы, однако распространяются в разных направлениях.

<u>Поляроид</u> изготавливается из вещества, обладающего свойством дихроизма - способностью неодинаково поглощать волны разной поляризации. Причем коэффициент поглощения одной из них может быть настолько велик, что вся она поглощается на длине порядка нескольких десятков или сотен микрометров. В то же время волна, поляризованная в перпендикулярном направлении, проходит через вещество практически не поглощаясь. Поэтому поляризаторы, изготовленные из веществ, обладающих сильным дихроизмом, представляют собой тонкие пленки.

4.4.2. Фазовые пластинки

Фазовые пластинки позволяют получить свет эллиптической поляризации, а также поворачивать плоскость поляризации линейно поляризованного света. Пусть на кристалл, оптическая ось которого параллельна поверхности, падает нормально линейно поляризованная волна. Эта волна разбивается на две: обыкновенную и необыкновенную. На входе в кристалл фазы обеих волн одинаковы, но по мере распространения они приобретают разность фаз δ за счет различия показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d$, где d-толщина кристалла.

В п.4.1.4 было показано, что две когерентные линейно поляризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении друг на друга дают эллиптически поляризованный свет, свет поляризованный по кругу или линейно поляризованный свет. Реализация каждого из этих случаев зависит от разности фаз этих волн, т.е. от толщины кристаллической пластины d, разности показателей преломления n_o и n_e и соотношения амплитуд обыкновенной и необыкновенной волн. Если вырезать из кристалла пластинку параллельно оптической оси толщиной, удовлетворяющей условию

$$(n_o - n_e)d = \lambda / 4 + k\lambda,$$

(k= 0,1,2,..),. то такая пластинка создаст на выходе из нее разность фаз обыкновенной и необыкновенной волн $\delta = \pi/2$, и результирующая световая волна в общем случае будет иметь эллиптическую поляризацию (см.(4.3)). Такая пластинка называется пластинкой в четверть волны.

Если линейно поляризованная волна падает на четверть волновую пластинку так, что угол между плоскостью колебаний вектора E и оптической осью пластинки равен 45°, то выполняется условие $E_o = E_e$, и свет на выходе будет циркулярно поляризованным (рис.4.13) с левым или правым вращением вектора Е в зависимости от знака разности фаз.

Пластинка, толщина которой удовлетворяет условию

$$(n_o - n_e)d = \lambda / 2 + k\lambda$$

называется полуволновой пластиной. При прохождении через нее линейно поляризованного света между обыкновенной и необыкновенной волнами возникает разность фаз $\delta = \pi$, и результирующая волна будет иметь линейную поляризацию (см. (4.4) и (4.5). Направление колебаний вектора E в ней будет повернуто на угол 2α относительно направления вектора E в падающей волне (рис.4.14).



Преобразование типа поляризации света фазовыми пластинками является обратным, т.е. при падении, например, на четвертьволновую пластинку циркулярно поляризованная волна преобразуется в линейно поляризованную.

4.5. Анализ поляризованного света

4.5.1. Закон Малюса

При падении на поляризатор линейно поляризованная волна с амплитудой Е распадается на две волны со взаимно перпендикулярными направлениями поляризации (рис.4.15, поляризатор обозначен буквой А). Та из них, для которой ориентация вектора Е совпадает с направлением пропускания поляризатора ОО, имеет амплитуду $E_e = E_{nad} \cos\theta$, где θ - угол между вектором Е падающей волны и осью пропускания поляризатора.

Другая волна имеет амплитуду $E_o = E_{nad} \sin\theta$ и задерживается поляризатором. Таким образом, интенсивность линейно поляризованного света на выходе из поляризатора удовлетворяет соотношению, называемому законом Малюса

$$I = I_{na\partial} \cos^2 \theta, \qquad (4.6)$$

где *I_{nad}* - интенсивность падающего света.



Рис.4.15

Если на поляризатор падает естественный свет, в котором равновероятно представлены компоненты вектора Е всех направлений, то необходимо применить закон Малюса к каждой компоненте, а затем провести усреднение по всем возможным углам θ от 0 до 2π . Тогда получим

$$I = I_{na\partial} \langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{2} I_{na\partial}.$$
(4.7)

Если на пути естественного света поставить два поляризатора, то, применив последовательно закон Малюса, для естественного света получим, что на выходе из такой системы интенсивность света равна:

$$I = \frac{1}{2} I_{na\partial} \cos^2 \theta.$$
(4.8)

4.5.2. Анализ поляризованного света

Поляризаторы и фазовые пластинки позволяют исследовать характер поляризации световых волн. Поляризатор, используемый для анализа характера поляризации, часто называют анализатором.

Поставим на пути луча света интенсивности I_0 поляризатор. При вращении поляризатора вокруг своей оси возможны два исхода: интенсивность пропускаемого поляризатором света либо не изменяется, либо изменяется. Если интенсивность пропускаемого света при вращении поляризатора не изменяется (рис.4.16), то он либо вообще не поляризован, либо циркулярно поляризован. Если интенсивность пропускаемого света при вращении поляриза-



тора изменяется, то возможно два случая: либо интенсивность света уменьшается до нуля (рис.4.17а), либо она никогда не достигает (рис.4.17б) нуля.

Если интенсивность уменьшается до нуля, то свет линейно поляризован. Если интенсивность не уменьшается до нуля, то свет либо эллиптически поляризован,

либо частично поляризован.

Таким образом, при помощи одного только поляризатора можно однозначно установить характер поляризации лишь для линейно поляризованного света. Для анализа эллиптически (циркулярно) поляризованного света используются фазовые пластинки $\lambda/4$, превращающие этот свет в линейно поляризованный, который затем исследуется при помощи анализатора. Естественный и частично поляризованный свет не меняет характер поляризации



78

после прохождения четверть волновой пластинки.

4.5.3. Степень поляризации

Степенью поляризации частично поляризованного света называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},\tag{4.9}$$

где I_{max} -максимальная, а I_{min} -минимальная интенсивности исследуемого света, пропущенного через анализатор, при повороте анализатора на угол 2π . Полностью поляризованный свет с линейной поляризацией имеет $I_{\text{min}} = 0$ (см.рис.4.17а), и для него P=1. Для естественного света (см.рис.4.17б) $I_{\text{max}} = I_{\text{min}}$ и P=0.

4.5.4. Оптическая активность

Оптическая активность – способность некоторых веществ вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них света.

Оптическая активность бывает двух видов: естественная и искусственная. Естественной оптической активностью обладают некоторые кристаллические тела, жидкости и растворы оптически активных веществ без внешних воздействий. Искусственная оптическая активность наблюдается в веществах, ранее оптически неактивных, при наложении внешних воздействий.

4.5.5. Естественная оптическая активность

На рис.4.18 представлена схема для наблюдения явления оптической активности. Линейно поляризованный свет с вектором \vec{E} , колеблющимся вдоль направления х, падает на оптически активную среду, например на кварцевую пластинку, вырезанную перпендикулярно оптической оси ОО`. Направим световой луч вдоль оси ОО`. В этом направлении $n_0 = n_e$, и, казалось бы, никаких эффектов наблюдаться не должно. Оказывается, что после прохождения активной среды плоскость поляризации световой волны поворачивается на угол ф.



Основной закон оптической активности – закон Био, связывает угол поворота плоскости поляризации ф с длиной активной среды l.

$$\phi = al$$
,

где α - постоянная вращения, измеряемая в град*мм⁻¹. Для растворов

$$\phi = [a]cl,$$

где [а] - удельная постоян-

ная вращения, измеряемая в град*мм⁻¹, с – концентрация раствора.

Поворот может происходить либо по часовой стрелке, тогда вещество называется правовращающим ($\phi > 0$), либо против часовой стрелки, тогда вещество называется левовращающим ($\phi < 0$).

Френель предложил следующее качественное объяснение вращения плоскости поляризации света. Линейно поляризованную плоскую монохроматическую волну $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$ можно представить в виде комбинации двух одновременно распространяющихся циркулярно поляризованных плоских монохроматических волн той же частоты, векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 которых равны по модулю $E_0/2$, и вращаются по взаимно противоположным направлениям с одинаковой угловой скоростью ω . В оптически активной среде волны \vec{E}_1 и \vec{E}_2 распространяются с разными фазовыми скоростями. Поэтому после прохождения этими волнами в среде пути 1 между ними возникает сдвиг по фазе $\Delta \phi$, пропорциональный 1. В результате наложения этих волн на выходе из слоя толщиной 1 образуется плоская монохроматическая волна $\vec{E} = \vec{E'}_1 + \vec{E'}_2$, плоскость поляризации которой повернута относительно плоскости поляризации падающей волны на угол $\Delta \phi/2$, пропорциональный 1.

4.5.6. Искусственная оптическая активность. Эффект Фарадея

Эффект Фарадея заключается в том, что в магнитном поле



Рис.4.19

первоначально неактивное вещество становится оптически активным. При распространении света в веществе вдоль вектора напряженности магнитного поля плоскость поляризации световой волны вращается. Схема для наблюдения эффекта Фарадея изображена на рис.4.19. Образец длиной 1 помещается в соленоид.

Напряженность магнитного поля на оси соленоида Н. При включении магнитного поля плоскость поляризации света на выходе из образца поворачивается на угол ф относительно первоначального положения. Угол поворота плоскости поляризации равен

 $\phi = VHl$,

где V – постоянная Верде.

Эффект Фарадея находит многочисленные применения в науке и технике. Наиболее известная область использования этого явления – устройства для оптических способов записи информации (лазерные диски для записи аудио- и видеоинформации, компьютерные оптические диски).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Ф	ормирование представлений о корпускулярно-волновой	
пp	рироде света	. 3
1.1.	Теория световых корпускул XVII-XIX вв. Элементарные	3a-
	коны геометрической оптики	. 3
1.2.	Волновая теория света в XVIII-XIX вв	. 5
1.3.	Электромагнитная теория света	. 7
2. И	нтерференция световых волн	12
2.1.	Понятие о когерентности	13
2.2.	Расчет интерференционной картины от двух когерентных	Κ
	источников	14
2.3.	Способы получения когерентных волн	17
2.4.	Пространственная и временная когерентность	20
2.5.	Интерференция в тонких пленках	23
2.5.1	Интерференция в плоскопараллельных пластинках	23
2.5.2	. Полосы равной толщины	26
2.5.3	. Полосы равного наклона	27
2.5.4	. Кольца Ньютона	28
2.6.	Многолучевая интерференция	30
2.7.	Применение явления интерференции	31
3. Ді	ифракция света	37
3.1.	Дифракция света и условия ее наблюдения	37
3.2.	Принцип Гюйгенса-Френеля	38
3.3.	Метод зон Френеля	39
3.4.	Метод графического сложения амплитуд	43
3.5.	Простейшие случаи дифракции Френеля	44
3.5.1	. Дифракция Френеля от круглого отверстия	44
3.5.2	. Дифракция Френеля от круглого диска	47
3.6.	Дифракция Фраунгофера на одной щели	48
3.7.	Характерные области дифракции света	53
3.8.	Дифракционная решетка	54
3.9.	Дифракционные спектры	58
3.10.	Дисперсия и разрешающая сила дифракционной	
	решетки	59
3.10.	1. Дисперсия дифракционной решетки	59
3.10.	2. Разрешающая сила дифракционной решетки	59

3.11. Дифракция рентгеновских лучей	61
4. Поляризация света	
4.1. Типы поляризации	63
4.1.1. Поляризованный свет	63
4.1.2. Линейная поляризация света	63
4.1.3. Естественный (неполяризованный) свет	64
4.1.4.Эллиптическая и циркулярная (круговая)	
поляризация света	65
4.2. Поляризация света на границе двух сред.	
Закон Брюстера	67
4.3. Оптическая анизотропия	69
4.3.1. Естественная анизотропия	69
4.3.2. Двойное лучепреломление. Построения Гюйгенса	69
4.3.3. Искусственная анизотропия	71
4.4. Поляризационные устройства	73
4.4.1. Поляризаторы	73
4.4.2. Фазовые пластинки	74
4.5. Анализ поляризованного света	. 76
4.5.1. Закон Малюса	76
4.5.2. Анализ поляризованного света	77
4.5.3 Степень поляризации	79
4.6. Оптическая активность	79
4.6.1. Естественная оптическая активность	79
4.6.2. Искусственная оптическая активность.	
Эффект Фарадея	. 81